MAREA, UN PROBLEMA CONTROVERSO

Lettera alla rivista "La fisica nella scuola"(luglio 2011)

Un visitatore del mio sito web mi ha posto di recente una domanda sul fenomeno della marea. Sul momento non ero in grado di rispondere e ho dovuto chiedere tempo: in effetti è un argomento che per, pura pigrizia (sapevo che ci sarebbe stato da tribolare), avevo in passato sempre lasciato nella penombra. Questa volta mi è venuto in mente che nel corso dell'anno passato (2010) avevo intravisto su LFNS, senza trovare il tempo di leggerli, alcuni articoli sulla questione. "Ora o mai più", mi sono detto, e sono andato a ripescarli: ne ho trovati ben tre, rispettivamente nel n.1, nel n. 3 e nel n.4. Come prevedevo, è stato l'inizio di una riflessione alquanto travagliata, e per la verità non conclusa. Ora comunque mi sembra di aver fatto luce almeno su alcuni punti fondamentali; e, dato che non mi trovo tanto d'accordo con alcune delle cose che ho letto nel primo e nell'ultimo di tali articoli, vorrei entrare anch'io nel dibattito.

1. In entrambi gli articoli vengono presi in considerazione i due punti che, sulla superficie della Terra, si trovano alla minima e alla massima distanza dalla Luna e dall'asse *z* di rotazione del segmento centro Terra – centro Luna (fig.1): e si attribuisce ai due punti, in conseguenza di tale moto di rotazione, una *diversa* accelerazione assegnando alle rispettive traiettorie circolari raggio $R/4$ e raggio $7R/4$ rispettivamente (dove R è il raggio terrestre). Tutto questo a me sembra un abbaglio non piccolo: nel riferimento del centro di massa del sistema Terra-Luna, la Terra non 'ruota' affatto attorno all'asse *z*, compie invece attorno a *z* un moto *traslatorio* di rivoluzione (periodo 27,3 d) analogo a quello che in un anno compie attorno al Sole: 'gira', per così dire, ma non 'ruota', non nel senso della fisica. Se la fig.1, che si riferisce a un istante in cui l'asse terrestre (tratteggiato) è complanare con l'asse *z*, fosse un fotogramma di un filmato (ripreso da qualcuno che nel riferimento risulta immobile), nei fotogrammi successivi noi vedremmo il segmento AB spostarsi dapprima verso di noi e verso la nostra destra *sempre mantenendosi parallelo a sé stesso*, poi allontanarsi da noi spostandosi ancora verso destra, poi allontanarsi ulteriormente spostandosi verso sinistra, infine riavvicinarsi a noi spostandosi verso sinistra fino a recuperare la posizione iniziale. Dopo mezzo periodo (un paio di settimane) dall'inizio, il corrispondente fotogramma sarebbe il primo della fig.2, *non* il secondo (che è quello che vedremmo in caso di rotazione).

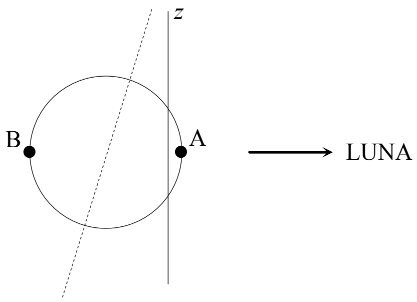

Fig. 1 – *La situazione iniziale*

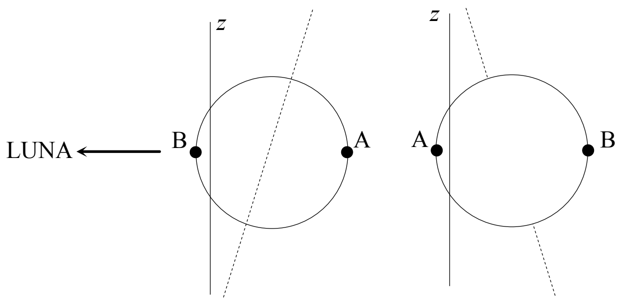

Fig. 2 – *Come si presenta e come* non *si presenta la situazione dopo mezzo periodo*

Tutto allora è diverso rispetto al caso di rotazione: nel moto traslatorio di rivoluzione attorno a *z* tutti punti della Terra – in particolare A e B – compiono traiettorie identiche (circonferenze di raggio circa $3R/4$ come il centro della Terra), tutti subiscono in uno stesso intervallo di tempo spostamenti identici, tutti hanno in uno stesso istante la stessa velocità, tutti hanno nello stesso istante la stessa accelerazione (l'accelerazione del centro *C* della Terra). Sono dunque errati i valori di accelerazione assegnati ad A e B nel n.1 della rivista ed è sbagliata la tabella delle accelerazioni centripete del numero 4. Sottolineo che se, in fig.1, la velocità di B è diretta verso il lettore, la velocità di A è a sua volta diretta verso il lettore e non, come sarebbe in caso di rotazione, in senso opposto. E sottolineo che, analogamente, le rispettive accelerazioni (centrifughe o centripete a seconda del riferimento adottato) hanno la *stessa* direzione, e non (come espressamente si afferma nel n.4) direzioni opposte.

Chiaramente, a tale moto di rivoluzione è sovrapposto il moto di rotazione – periodo 24 h – attorno all'asse terrestre (cosicché nel moto complessivo *non è più vero* che nei vari punti della Terra, per esempio in A e in B, le velocità e le accelerazioni sono uguali): ma dal moto di rotazione possiamo e vogliamo qui prescindere – esattamente come si è fatto negli articoli sopra citati – visto che ai fini delle maree è come non ci fosse.

2. Faccio notare che, se davvero la Terra ruotasse attorno a *z*, ne vedremmo delle belle. Anche l'asse terrestre ruoterebbe in tal caso attorno a *z* muovendosi, a partire dalla situazione della fig.1, sulla superficie di un cono avente *z* per asse geometrico: con quale risultato? Prima di tutto, la Stella Polare si posizionerebbe sull'asse terrestre (indicherebbe quindi il Nord) non in modo permanente ma solo una volta ogni 27,3 giorni, e dunque solo una volta ogni 27,3 giorni noi vedremmo, nell'emisfero Nord, il cielo stellato ruotare nel corso della notte attorno alla Stella Polare: lungo il resto del mese il centro di rotazione si sposterebbe percorrendo una circonferenza avente in *z* il proprio asse geometrico.

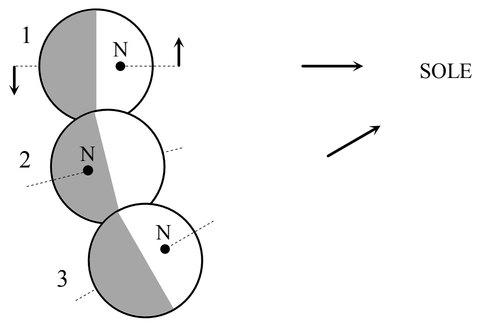

Fig. 3 – *Effetto (nell'emisfero Nord) di un'ipotetica rotazione dell'asse terrestre con periodo 27,3 d.*
1 – Solstizio d'estate
2 – Dopo due settimane: solstizio d'inverno.
3 – Dopo altre due settimane: solstizio d'estate.

Ma questo è ancora niente, perché se davvero la Terra ruotasse attorno all'asse z le stagioni durerebbero non tre mesi ma... una settimana! Il conto è presto fatto. In fig.3 si suppone di osservare la scena dal 'polo' dell'eclittica (l'intersezione di una perpendicolare al piano dell'eclittica con la volta celeste): la linea tratteggiata rappresenta l'asse terrestre (che attraversa il piano della figura – il piano dell'eclittica – a un angolo di 23,5° rispetto alla normale e buca la superficie terrestre in corrispondenza del punto N, il polo Nord); la linea Terra – Sole ruota nel piano della figura attorno al Sole in senso antiorario con velocità angolare $\Omega = 360°/365\,\mathrm{d}$. La velocità dell'ipotetica rotazione antioraria della Terra attorno a z sarebbe invece $\omega = 360°/27{,}3\,\mathrm{d}$, e con questa stessa velocità ruoterebbe attorno a z anche il piano α contenente l'asse terrestre e la sua proiezione sul piano dell'eclittica. Se allora, a una certa data, α passa per il Sole (nell'emisfero Nord è piena estate, siamo al solstizio, situazione 1 in fig.3), perché la Terra si ritrovi rispetto al Sole nella stessa identica situazione non occorrerebbe aspettare (come in realtà succede) che abbia percorso l'intera orbita (365 d): basterebbe far passare il tempo t che occorre perché il piano α passi nuovamente per il Sole (con Polo N illuminato dal Sole e Polo S al buio, come nella situazione 3 della figura, non come nella situazione 2 che corrisponde al solstizio d'inverno): il che accadrebbe dopo che α fosse ruotato attorno a z di 360° più l'angolo Ωt di cui nel frattempo (vedi fig.3) è ruotata la linea Terra – Sole. Deve cioè essere $\omega t = 360° + \Omega t$, che significa $t = 360°/(\omega - \Omega) = 29{,}5$ d. La durata dell'anno sarebbe ridotta a poco meno di un mese (è il cosiddetto mese sinodico, il periodo delle fasi lunari), la durata di una stagione a poco più di una settimana.

3. Terza osservazione. È vero che, rispetto agli effetti di marea, la gravitazione terrestre è ininfluente. Però dimenticarsene del tutto, ragionare come se proprio non ci fosse può portare a conclusioni paradossali: non si riesce per esempio a vedere perché, in conseguenza del diverso valore dell'accelerazione gravitazionale verso la Luna (rapidamente crescente col diminuire della distanza dalla Luna), gli oceani non si svuotano: l'acqua dovrebbe essere risucchiata verso la Luna nella zona ad essa prospiciente, e restare indietro rispetto alla terraferma dalla parte opposta. In realtà, su quanto si trova in superficie alla Terra la forza gravitazionale proveniente dalla Luna è all'incirca più piccola per un fattore 3×10^5 rispetto a quella proveniente dalla massa terrestre: perciò, il pericolo che, in assenza di adeguate reazioni elastiche di richiamo provenienti dall'interno della Terra, la crosta terrestre rischi di essere 'strappata via' verso la Luna – come adombrato nel n. 4 della rivista – mi sembra che proprio non esista: l'attrazione gravitazionale verso il centro della Terra basta e avanza a evitare la catastrofe (è casomai la Luna che, se si avvicinasse troppo alla Terra, correrebbe seri rischi di sgretolamento).

Oltre a tutto, reazioni elastiche centripete da parte di quello che sta sotto la superficie terrestre non possiamo proprio aspettarcele: non solo, come ovvio, nel caso delle masse liquide, ma anche per quanto riguarda la terraferma. Sullo strato più superficiale della Terra agisce, a causa degli strati sottostanti, una forza di contatto diretta, rispetto alla Terra, *non in senso centripeto bensì in senso centrifugo*. Per intenderci, quello che sta tra un qualsiasi 'pezzo' di superficie terrestre e il centro della Terra – e fa contrasto all'attrazione gravitazionale verso il centro – è una molla compressa, non una molla allungata.

4. Questa idea della molla compressa a me sembra molto efficace per la spiegazione dei 'rigonfiamenti' superficiali (le maree) dovuti alla disuniformità del campo gravitazionale della Luna (e naturalmente del Sole): è uno schema che ha il pregio di non far intervenire forze centrifughe fittizie, che sono un trucco abbastanza rischioso in sede didattica; e ha anche il pregio di mostrare chiaramente che in corrispondenza dei rigonfiamenti l'equilibrio della superficie terrestre è dovuto non alla comparsa di forze di richiamo − che non esistono − verso il centro della Terra, bensì a una diminuzione della spinta centrifuga proveniente dagli strati sottostanti. Il discorso si basa sull'assunzione semplificativa (già adottata negli articoli a cui mi rifaccio) che gli effetti di marea provocati dalla Luna possano essere studiati prescindendo dall'attrazione gravitazionale proveniente dal Sole, considerando quindi il sistema Terra-Luna come isolato. Ciò corrisponde a dire che il riferimento del centro di massa del sistema Terra-Luna viene da noi assunto come inerziale: ed è in tale riferimento che ci poniamo. La casistica (la 'progressione didattica') potrebbe allora essere questa.

(*a*) Terra isolata (libera quindi da forze esterne) e immobile (niente rotazione). In ogni punto della Terra le forze agenti su una data massa m sono l'attrazione gravitazionale $\vec{F}_T$ verso il centro della Terra e una reazione elastica interna $\vec{R}$ uguale e contraria.

(*b*) Terra isolata in rotazione su sé stessa (periodo 24 h). La forza risultante su una massa m è zero solo nei punti posti sull'asse di rotazione, in ogni altro punto la somma dell'attrazione gravitazionale e della reazione elastica interna è una forza centripeta (diretta cioè verso l'asse terrestre) di valore proporzionale alla distanza dall'asse di rotazione. Nei punti dell'equatore la forza centripeta risultante è circa 1/300 della forza di gravità (l'accelerazione centripeta è 3,4 cm/s^2, l'accelerazione di gravità è 9,8 m/s^2). Per effetto del moto di rotazione si verifica lo schiacciamento polare: la lunghezza del raggio terrestre all'equatore è di oltre 21 km superiore a quella del raggio terrestre ai poli. *Nessun effetto di marea*: la distanza di un qualsiasi punto posto in superficie alla Terra dal centro della Terra si mantiene costante nel tempo. Per tale motivo, *da questo momento adottiamo l'ulteriore ipotesi semplificativa che la Terra non ruoti su sé stessa*.

(*c*) Terra in un ipotetico campo gravitazionale esterno uniforme (diretto verso destra in fig. 4) di intensità $\vec{g}$. In ogni punto le forze agenti sono adesso tre: le reazioni elastiche interne sono, come nel caso (*a*), uguali e contrarie in ogni punto alla forza gravitazionale interna, la forza risultante su una massa *m* è dappertutto uguale all'attrazione gravitazionale esterna $\vec{F} = m\vec{g}$. In particolare, le fig.5 e 6 (dove la freccia blu indica la forza dovuta al campo gravitazionale esterno e la freccia nera indica la forza risultante, identica a quella che agisce nel centro C) descrivono la situazione nei punti A e B: $\vec{F}_T$ è la forza gravitazionale terrestre, $\vec{R}$ (freccia grigia) è la reazione elastica interna. *Ancora nessun effetto di marea*.

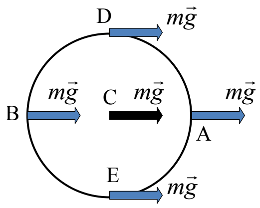

Fig. 4 – La Terra in un ipotetico campo gravitazionale uniforme.

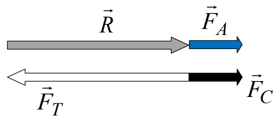

Fig. 5 – Le forze agenti in A in un campo gravitazionale esterno uniforme.

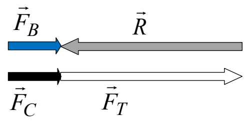

Fig. 7 – Le forze agenti in B in un campo gravitazionale esterno uniforme.

(*d*) Terra nel campo gravitazionale della Luna. La Terra si deforma tendendo ad assumere una configurazione d'equilibrio in corrispondenza della quale velocità e accelerazione sono uguali in ogni punto (e la forza risultante su una massa *m* è dappertutto uguale alla forza $\vec{F}_C = m\vec{g}_C$ che agisce su *m* nel centro). Il fatto, ad esempio, che nel punto A la forza risultante (freccia nera in fig.8) sia uguale, nella configurazione di equilibrio, alla forza $\vec{F}_C$ che agisce nel centro della Terra – nonostante che l'attrazione lunare $\vec{F}_A$ (freccia blu) sia in A più grande – significa che la reazione elastica (freccia grigia) è adesso *inferiore* in modulo alla forza gravitazionale interna $\vec{F}_T$; e precisamente, di tanto inferiore quanto la forza gravitazionale lunare è più grande della forza risultante di equilibrio $\vec{F}_C$. La molla posta tra C e A è cioè *meno compressa* (più lunga) – e la distanza di A da C è conseguentemente più grande (ecco la marea di terra) – di quanto sarebbe in caso di campo gravitazionale esterno uniforme. Con $\vec{F}_m$ (freccia rossa) è indicata in figura la "forza di marea", che non è altro che la differenza tra la forza $\vec{F}_A$ esercitata in A dalla Luna e la forza risultante all'equilibrio $\vec{F}_C$: la forza di marea è la forza 'di squilibrio', la forza che allunga la molla deformando la Terra e che all'equilibrio risulterà compensata (fig. 8) da una variazione uguale e contraria della reazione elastica interna (e non dall'insorgere di forze elastiche di richiamo verso l'interno della Terra).

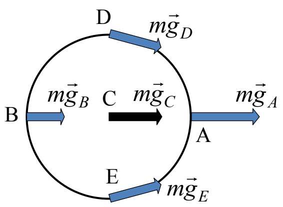

Fig. 7 – La Terra nel campo gravitazionale della Luna.

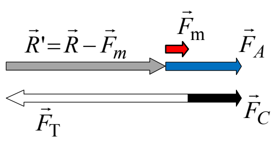

Fig. 8 – La situazione in A nel campo gravitazionale della Luna.

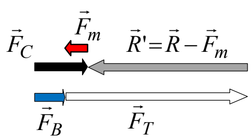

Fig. 9 – La situazione in B nel campo gravitazionale della Luna.

Nel punto B l'attrazione lunare $\vec{F}_B$ (freccia blu in fig.9) è invece più piccola della forza $\vec{F}_C$ (freccia nera) che agirebbe sulla stessa massa nel centro della Terra, ma anche qui la forza risultante sarà uguale, all'equilibrio, ad $\vec{F}_C$: e questo significa, anche qui come in A, che all'equilibrio la reazione elastica interna sarà *inferiore* in modulo alla forza gravitazionale interna $\vec{F}_T$, di tanto inferiore quanto l'attrazione lunare è inferiore ad $\vec{F}_C$. La molla tra B e C è cioè anch'essa meno compressa, e quindi più lunga, rispetto al caso di campo gravitazionale esterno uniforme. La forza di marea $\vec{F}_m$ (freccia rossa), la forza di squilibrio, è anche qui come in A (e come in qualsiasi altro punto della Terra) la differenza tra forza esercitata dalla Luna e forza risultante all'equilibrio.

Per un punto come il punto D della fig.7 il discorso è analogo: la forza di marea risulta qui diretta verticalmente verso il basso, tende quindi a schiacciare la superficie terrestre: all'equilibrio la molla tra D e il centro C è in questo caso un po' più compressa (un po' più corta), quanto occorre perché la variazione della reazione elastica interna (sempre diretta in senso centrifugo) sia uguale e contraria alla forza (qui centripeta) di marea. Il discorso si applica subito anche al punto E e, con gli adattamenti del caso, a ogni altro punto della Terra. Si noti che su tutta la superficie terrestre (tranne che ai poli e nei punti A e B di minima e massima distanza dalla Luna) la forza di marea ha un componente tangenziale (parallelo cioè alla superficie del mare) *che è la vera causa delle maree oceaniche*: per effetto di tale componente di forza le acque tendono a spostarsi verso le due zone di alta marea, fino a una situazione di equilibrio in cui ulteriori spostamenti sono impediti dalla 'contro-pendenza' venutasi a creare sulla superficie del mare (col conseguente gradiente di pressione idrostatica). La fig.10 mostra la forza di marea (freccia rossa) in un punto posto in una posizione intermedia tra quella dei punti A e D, la fig.11 mostra analogamente la forza di marea in un punto posto tra B e D.

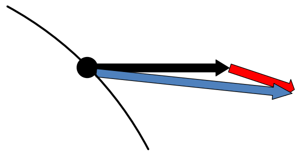

Fig. 10

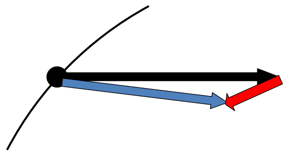

Fig. 11

5. Come si vede, non è questione di rotazioni, *le maree sono un fenomeno esclusivamente gravitazionale*: ai fini del prodursi delle maree, la rotazione del sistema Terra – Luna è del tutto ininfluente, né più né meno della rotazione della Terra su sé stessa. La rotazione della Terra serve solo a far sì che l'onda di marea si sposti, in senso contrario al senso di rotazione della Terra, da un meridiano all'altro, e che su un dato meridiano le fasi di alta e bassa marea si susseguano a intervalli regolari; e la rotazione del sistema Terra – Luna serve solo a far sì che, nonostante la reciproca attrazione, la Terra e la Luna non cadano l'una sull'altra. Se tale rotazione non ci fosse e il moto relativo tra Terra e Luna fosse invece (Dio non voglia) un moto traslatorio rettilineo di avvicinamento, prima dello schianto finale *l'alta e la bassa marea si produrrebbero ugualmente* (e in misura via via più marcata, essendo via via più disuniforme, nella regione occupata dalla Terra, il campo gravitazionale lunare).

Mi sembra a questo riguardo che la fig.12, che prendo da J. A. Wheeler, *Gravità e spazio-tempo* (Zanichelli), risolva ogni possibile dubbio residuo: mostra in che modo cambierebbe la configurazione di un sistema di masse, inizialmente disposte (cerchietti neri) lungo una circonferenza, ognuna in caduta libera con velocità iniziale zero verso la superficie terrestre: l'effetto di marea è evidente nella successiva configurazione del sistema (cerchietti rossi), ed è chiaro che non è in alcun modo riconducibile a movimenti di rotazione che qui proprio non esistono. Si noti che l'accorciamento delle distanze orizzontali non è imputabile alla trascurabilissima attrazione gravitazionale interna al sistema delle masse, ma solo alla diversa e convergente direzione dell'attrazione terrestre su due masse che si trovino alla stessa altezza. Nel caso invece delle maree terrestri, la gravitazione interna (l'attrazione verso il centro della Terra) è di gran lunga prevalente su quella lunare ma l'equilibrio è salvato dalle reazioni elastiche interne, cosicché la deformazione prodotta dall'interazione gravitazionale con la Luna è del tutto analoga a quella del nostro sistema di masse libere.

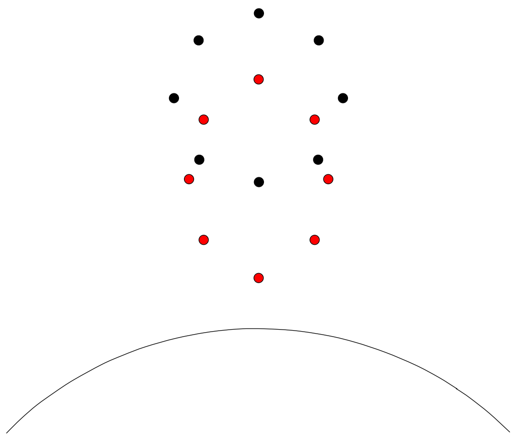

Fig. 12 – Un sistema di masse in caduta libera verso la Terra.

Nota. Ci si aspetterebbe che, da un certo livello in su, l'errore di ricollegare gli effetti di marea a moti di rotazione (e a forze centrifughe, o centripete, *diverse* nei diversi punti della Terra) non fosse possibile. In realtà, succede anche questo. In un libro americano (autori Fischbane – Gasiorowicz – Thornton, editrice italiana Edises) che figura tra i testi consigliati nei corsi di Fisica del Politecnico di Milano, a proposito delle maree si può leggere quanto segue (il corsivo è mio): «Poiché la Terra ruota attorno al centro di massa del sistema [Terra-Luna], l'acqua, vista dalla superficie terrestre, è soggetta ad una forza centrifuga fittizia. Questa forza... è *più intensa* quando agisce sull'acqua più lontana dalla Luna perché questa si trova a distanza *r* dal centro di massa maggiore rispetto all'acqua più vicina alla Luna. Ciò origina una un'altra protuberanza dalla parte lontana dalla Luna... Di conseguenza ci sono due maree al giorno.» Come si vede, è qui confermata l'idea che la Terra abbia, attorno al centro di massa del sistema Terra-Luna, un moto di rotazione, e che sia precisamente tale moto di rotazione (non l'attrazione gravitazionale verso la Luna) a spiegare la marea nella parte più lontana dalla Luna. Il concetto viene subito dopo ribadito nella didascalia di una figura: «L'attrazione gravitazionale della Luna è più forte sulla porzione di oceano più vicina... *Se questo fosse l'unico effetto, ci sarebbe una marea al giorno*.»

Nota: gli autori del testo sono tre, ma i revisori – tutti docenti delle varie università americane – sono sessanta, nominativamente indicati uno per uno nella prefazione del libro. Non ho idea di quanti, tra i sessanta, si siano occupati del capitolo della marea, forse uno solo. In ogni caso, siccome gli autori assicurano di aver "preso in considerazione molto seriamente i loro commenti", sembra di capire che nessuno, circa la spiegazione data dal testo alla marea 'lontana' (dalla Luna) abbia trovato da ridire.

6. Dunque a questo punto figure come la 8 e la 9 spiegano tutto? No, assolutamente. A parte il fatto che, in una rappresentazione in scala, le frecce che rappresentano la forza gravitazionale terrestre e la reazione elastica interna dovrebbero essere circa 300 000 volte più lunghe delle altre due (che dovrebbero avere lunghezze tra loro diverse solo per pochi percento), le due figure fanno riferimento a una situazione del tutto irrealistica in cui la Terra non ruota su sé stessa e in cui il Sole non esiste: una situazione di puro comodo, in cui tuttavia ci siamo legittimamente posti dal momento che quello che ci interessava era solo di capire il motivo per cui le maree si producono. In effetti, questo è solo l'inizio del discorso, di cose da spiegare ne restano parecchie. Ma non credo sia questa la sede (e certamente non lo è la scuola) per inoltrarsi, chi ne fosse capace, in un problema che si rivela molto complesso: tremendamente complesso, mi verrebbe da dire, se è vero che su non poche questioni (per dirne una, il ritardo dell'alta marea sul passaggio della Luna al meridiano) si trovano, nei sacri testi che consultiamo, notizie e pareri abbastanza discordi; e se è vero che, al di là dei formidabili strumenti di calcolo di cui ora disponiamo, la previsione delle maree nelle diverse località si fonda pur sempre, ancora oggi, su quanto in precedenza è stato visto succedere.