

## Capitolo 2

# Dilatazione termica

1. Le dimensioni di un corpo – solido, liquido o gassoso che sia – dipendono sia dalle forze che su di esso agiscono, sia dalla temperatura. A pari temperatura, il volume dei solidi e dei liquidi è molto poco sensibile alle variazioni di pressione (*incomprimibilità delle fasi condensate*), mentre il volume dei gas può ritenersi inversamente proporzionale alla pressione. A parità invece di pressione, accade praticamente sempre che il volume dei corpi aumenti col crescere della temperatura. Le poche eccezioni riguardano intervalli di temperatura molto ristretti, ed esclusivamente materiali solidi e liquidi: l'eccezione più importante è quella del liquido acqua, che riscaldato da  $0^{\circ}\text{C}$  a  $4^{\circ}\text{C}$  si contrae, per poi dilatarsi regolarmente se la temperatura aumenta ancora<sup>[1]</sup>.

2. Al crescere della temperatura aumenta quindi, in generale, la distanza media tra le particelle costitutive dei corpi. Per le fasi condensate (solidi e liquidi) ciò può essere spiegato col fatto che aumenta, al crescere della temperatura, l'ampiezza di vibrazione delle particelle<sup>[2]</sup>, e col fatto che la dipendenza delle forze interatomiche (o intermolecolari) dalla distanza è tale per cui *una maggior ampiezza di vibrazione implica necessariamente un aumento della distanza media*. Ciò risulta subito chiaro se ci limitiamo a considerare l'effetto dell'interazione tra due atomi (o due molecole) adiacenti: quando, a partire dalla distanza di equilibrio  $d_0$  (in corrispondenza della quale la forza di interazione è zero e la velocità delle particelle in vibrazione è massima) le particelle si allontanano, la forza di interazione è attrattiva e aumenta con la distanza (fino a un massimo, poi va

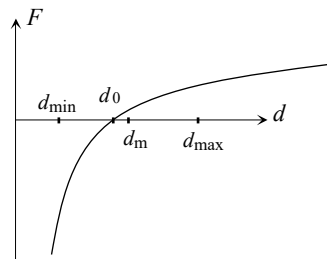


Fig. 1

<sup>1</sup> Se quindi raffreddiamo l'acqua a partire dai  $4^{\circ}\text{C}$ , l'acqua più fredda – più leggera a parità di volume – andrà a galleggiare sopra l'acqua più calda. Ciò ha importanti conseguenze in natura: nei mari, nei laghi, nei corsi d'acqua, l'acqua che, al sopraggiungere dell'inverno, gela per prima è quella posta in superficie, e il ghiaccio così formatosi «isola», dal punto di vista termico, l'acqua sottostante dall'aria fredda, permettendole di mantenersi allo stato liquido (condizione indispensabile alla sopravvivenza degli organismi vegetali e animali).

<sup>2</sup> Se schematizziamo la forza su una particella come elastica (e quindi il moto della particella come armonico), troviamo che la pulsazione  $\omega = \sqrt{k/m}$  è indipendente dall'ampiezza, mentre un aumento dell'energia cinetica media di vibrazione ( $m\omega^2 A^2/4$ ) implica un aumento dell'ampiezza  $A$ .

rapidamente a zero); se invece le particelle si avvicinano, la forza di interazione è repulsiva, e cresce col diminuire della distanza. Si consideri ora la fig. 1: se, attorno alla distanza di equilibrio  $d_0$ , il grafico avesse un andamento lineare (tipo forza elastica), l'azzeramento della velocità richiederebbe, in avvicinamento come in allontanamento, una uguale variazione della distanza. Viceversa, *la forza repulsiva varia con la distanza più rapidamente della forza attrattiva*: e conseguentemente il lavoro resistente di azzeramento della velocità viene compiuto dalla forza repulsiva su uno spostamento più breve<sup>[3]</sup>. Per tale motivo, la distanza media  $d_m$  è *maggiore* della distanza di equilibrio  $d_0$ : e si comprende subito, osservando la figura, che la differenza è tanto maggiore quanto più grande è l'ampiezza di vibrazione. Di qui, l'aumento della distanza media con la temperatura.

3. Per i gas invece l'aumento del volume è conseguenza del fatto che, aumentando la velocità quadratica media delle molecole, la pressione  $p = \rho v_{qm}^2/3$  del gas (si veda il punto 2 del cap. 4) può restare invariata – come richiede la nostra ipotesi di dilatazione sotto pressione costante – solo se, con l'aumento della distanza media tra molecole adiacenti, diminuisce la densità  $\rho$  (e con essa la frequenza degli urti delle molecole contro le pareti del recipiente).

4. Mentre per i solidi la dilatazione termica può essere studiata sia come dilatazione «lineare» (aumento delle lunghezze), sia come dilatazione di superficie, sia come dilatazione di volume, per i fluidi le dilatazioni lineari e di superficie sono condizionate dalla dilatazione subita dal contenitore, per cui la dilatazione termica può essere studiata solo come dilatazione di volume.<sup>[4]</sup>

5. In ogni caso, le variazioni della temperatura possono produrre effetti di dilatazione o contrazione *molto superiori* a quelli normalmente ottenibili per via meccanica: cosicché, contrastare per via meccanica le deformazioni dovute a variazioni di temperatura può in pratica risultare impossibile.<sup>[5]</sup> Per tale motivo, *nelle strutture soggette a variazioni di temperatura possono prodursi stati di grande sforzo meccanico*, con effetti di deformazione permanente o anche di rottura.<sup>[6]</sup>

<sup>3</sup> In fig. 1 l'uguaglianza dei due lavori (quello della forza repulsiva e quello della forza attrattiva) è espressa dal fatto che l'area compresa tra il grafico e l'asse delle distanze è uguale nell'intervallo tra  $d_{\min}$  e  $d_0$  e nell'intervallo tra  $d_0$  e  $d_{\max}$ .

<sup>4</sup> Per un gas, anche le variazioni di volume sono di per sé legate alla dilatazione del contenitore (necessariamente chiuso). Ma noi qui ci stiamo riferendo al caso in cui il gas si dilata *sotto pressione costante*: possiamo immaginare ad esempio che il contenitore sia un cilindro ad asse verticale, chiuso superiormente da un pistone scorrevole sul quale grava un carico di valore costante.

<sup>5</sup> Ad esempio, l'acqua può restare liquida fino a 374 °C purché venga esercitata su di essa una pressione di almeno 218 atm. In tali condizioni il volume dell'acqua risulta, nonostante l'enorme valore della pressione, *più che triplo* rispetto al volume normale (1 cm<sup>3</sup> a grammo).

<sup>6</sup> Se riscaldato o raffreddato bruscamente e in modo non omogeneo, un bicchiere di cristallo va in frantumi. Le rotaie devono potersi liberamente allungare, altrimenti nelle giornate di grande caldo (o semplicemente al passaggio del treno) subirebbero defor-

6. I dati sperimentali sull'aumento delle dimensioni lineari di un solido con l'aumento della temperatura sono ben descritti dalla relazione matematica

$$[A] \quad dL = \lambda L d\theta$$

dove il simbolo di infinitesimo  $d$  indica che si devono considerare, per la temperatura Celsius  $\theta$  e di conseguenza per la lunghezza  $L$ , variazioni molto piccole;  $\lambda$  è un coefficiente (**coefficiente di dilatazione lineare**) che dipende sia dal particolare materiale in esame che dal valore iniziale della temperatura,  $L$  è la lunghezza a partire dalla quale l'incremento della temperatura si verifica.

7. Il coefficiente  $\lambda = dL/(Ld\theta)$  rappresenta l'*allungamento specifico*, vale a dire l'allungamento per unità di lunghezza e per unità di variazione di temperatura (la lunghezza in più per ogni metro di lunghezza iniziale e per ogni grado Celsius di aumento della temperatura). Le dimensioni di  $\lambda$  sono chiaramente quelle del reciproco di una temperatura. Nel Sistema Internazionale il valore numerico di  $\lambda$  è in genere dell'ordine dei centomillesimi (1 mm di allungamento a metro quando la temperatura aumenta di 100 °C).

8. Nelle applicazioni pratiche la [A] può essere riferita con buona approssimazione anche a variazioni di temperatura non piccole (qualche decina di gradi); è cioè possibile attribuire a  $\lambda$  un opportuno valore costante (fornito da tabelle), e assumere che, al crescere della temperatura, la lunghezza continui ad aumentare con la stessa rapidità, e cioè in proporzione alla lunghezza iniziale  $L_0$  anziché alla lunghezza via via acquisita nel corso del riscaldamento:

$$[B] \quad \Delta L = \lambda L_0 \Delta \theta \quad \rightarrow \quad L = L_0 [1 + \lambda (\theta - \theta_0)] .$$

9. Normalmente i materiali a struttura cristallina non sono isotropi rispetto alla dilatazione termica, il che significa che il coefficiente  $\lambda$  ha, per uno stesso materiale, valori diversi nelle diverse direzioni: così, una sfera d'acciaio fortemente raffreddata o riscaldata non è più esattamente una sfera. Una sfera di vetro manterrebbe invece la sua forma, essendo il vetro privo di struttura cristallina (materiale «amorfo»).

10. In modo del tutto analogo possiamo descrivere le variazioni subite, per effetto di una variazione di temperatura, dall'area  $S$  della superficie di un solido isotropo:

$$[B] \quad S - S_0 = 2\lambda S_0 (\theta - \theta_0) \quad \rightarrow \quad S = S_0 [1 + 2\lambda (\theta - \theta_0)]$$

dove  $2\lambda$  rappresenta il **coefficiente di dilatazione di superficie**. Si consideri ad esempio un quadrato il cui lato è inizialmente  $L_0$ . Se la temperatura aumenta da  $\theta_0$  a  $\theta$  l'area del quadrato diventa

$$S = L^2 = L_0^2 [1 + \lambda (\theta - \theta_0)]^2 = L_0^2 [1 + 2\lambda (\theta - \theta_0) + \lambda^2 (\theta - \theta_0)^2] \approx$$

---

mazioni tali da mettere fuori uso la linea ferroviaria. Lo stesso dicasi per la struttura metallica di un ponte. La cerchiatura delle botti e delle ruote dei carretti viene fatta a caldo: raffreddandosi, il cerchio metallico «si ritira» esercitando una forte compressione sul legno sottostante.

$\approx S_0 [1 + 2\lambda(\theta - \theta_0)]$ , avendo trascurato il terzo dei tre addendi entro parentesi quadrata: ciò è giustificato dal fatto che il valore di  $\lambda(\theta - \theta_0)$  è normalmente molto inferiore all'unità, cosicché in rapporto ad esso è molto piccolo il quadrato  $\lambda^2(\theta - \theta_0)^2$  di tale valore. Per esempio, con  $\lambda = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e  $(\theta - \theta_0) = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  risulta  $\lambda(\theta - \theta_0) = 10^{-3}$ ,  $\lambda^2(\theta - \theta_0)^2 = 10^{-6}$ .

11. Per la dilatazione termica di un solido in tre dimensioni scriveremo analogamente, con errore trascurabile,

$$[C] \quad V - V_0 = 3\lambda V_0(\theta - \theta_0) \quad \rightarrow \quad V = V_0 [1 + 3\lambda(\theta - \theta_0)]$$

dove  $3\lambda$  è il **coefficiente di dilatazione di volume**.

12. Il volume dei liquidi varia di solito, al variare della temperatura, molto più rapidamente di quello dei solidi: il valore del coefficiente di dilatazione (di volume) è infatti normalmente dell'ordine dei decimillesimi anziché dei centomillesimi (il che significa che, a parità di ogni altra condizione, l'aumento di volume di un liquido è orientativamente dieci volte superiore a quello di un solido). Il fatto che, in un normale termometro domestico, la colonnina di mercurio nel capillare di vetro si allunghi al crescere della temperatura, indica chiaramente che il volume del mercurio cresce più rapidamente di quello del contenitore di vetro.

13. La dilatazione termica dei gas viene studiata nel prossimo capitolo. Come si vedrà, i diversi gas hanno tutti, dal punto di vista della dilatazione termica, un comportamento assai simile: si può infatti ritenere che per tutti i gas – purché non troppo compressi e non troppo freddi – il coefficiente di dilatazione termica di volume abbia uno stesso valore:  $1/273,15 \approx 3,66 \times 10^{-3}$ . È un valore il cui ordine di grandezza (millesimi) è circa 10 volte superiore a quello che riguarda i liquidi, e circa 100 volte superiore a quello che riguarda i solidi.