

batiche si trova $V_2/V_1 = V_3/V_4$, il che vuol dire che la [F] si riduce alla [E]. Ne deriva che, nello specifico caso di un gas perfetto, il rendimento di un ciclo di Carnot è

$$[G] \quad \eta_c = 1 - \frac{T_u}{T_e}.$$

A norma della [G], quando un gas perfetto subisce un ciclo di Carnot il rendimento del ciclo dipende *solo* dalla temperatura delle due sorgenti: non dalla particolare posizione, nel piano di Clapeyron, dei vertici del ciclo sulle due isoterme. Perché tale rendimento sia elevato, occorre che la temperatura T_u della sorgente fredda sia piccola in rapporto alla temperatura T_e della sorgente calda. *Se la temperatura Kelvin della sorgente fredda fosse zero, il rendimento risulterebbe unitario: tutto il calore assorbito dalla sorgente calda verrebbe trasformato in lavoro.* Ma, come abbiamo già fatto notare, questa possibilità è negata dal secondo principio della termodinamica. Per lo stesso motivo non è possibile ipotizzare che la sorgente fredda possa trovarsi a una temperatura Kelvin minore di zero: in tal caso risulterebbe negativo anche il calore scambiato in uscita, il che significa che il sistema scambierebbe calore solo in entrata (a due diverse temperature) e, in contrasto col secondo principio, lo convertirebbe integralmente in lavoro.

10. In realtà, il rendimento espresso dalla [G] vale per *qualsiasi* ciclo di Carnot, indipendentemente dal fatto che il sistema che subisce il ciclo sia un gas perfetto, piuttosto che un qualsivoglia gas reale, oppure un miscuglio gassoso, o un miscuglio di gas e vapore, o altro ancora. È quanto stabilisce il **teorema di Carnot**, a norma del quale *i cicli reversibili che utilizzano le stesse due sorgenti hanno tutti lo stesso rendimento; tale rendimento non può essere inferiore a quello di un ciclo irreversibile che utilizza le stesse sorgenti.*

La dimostrazione di tale teorema verrà data in seguito (pag. 149). Vedremo anche che il principio di aumento dell'entropia (nella forma forte) impone in realtà che il rendimento dei cicli irreversibili a due sorgenti sia *sempre inferiore* a quello dei cicli di Carnot.

11. Per quanto riguarda i cicli a più sorgenti, dimostreremo (pag. 164) che *il rendimento dei cicli in cui viene scambiato calore con sorgenti a temperature comprese tra un dato valore massimo e un dato valore minimo non può superare quello di un ciclo di Carnot tra le due temperature in questione:*

$$[H] \quad \eta \leq 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}}.$$

Un ciclo reversibile a più sorgenti potrebbe essere ad esempio un ciclo costituito da due isocore e due adiabatiche: le isocore infatti (e tutte le reversibili non isoterme) possono essere reversibili solo se coinvolgono un numero infinito di sorgenti (con ciascuna delle quali il sistema deve via via trovarsi in equilibrio). Vedremo che il rendimento (effettivo) di un ciclo reversibile costituito, come il ciclo di Carnot, da

due isoterme più due politropiche dello stesso indice (per esempio due isobare, oppure due isocore), è *identico* a quello di un ciclo di Carnot tra le stesse isoterme.

12. Se immaginiamo che gli stati intermedi di un ciclo di Carnot si susseguano in ordine inverso, otteniamo chiaramente un ciclo frigorifero. Verrà dimostrato che:

a) *tutti i cicli frigoriferi di Carnot che utilizzano le stesse due sorgenti hanno la stessa efficienza;*

b) *tale efficienza non può essere inferiore a quella di un ciclo irreversibile che utilizza le stesse sorgenti;*

c) *per i cicli frigoriferi che operano tra una data temperatura minima e una data temperatura massima l'efficienza non può superare quella di un ciclo inverso di Carnot tra tali temperature:*

$$[I] \quad \varepsilon \leq \frac{T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}},$$

e coincide con quella di un ciclo frigorifero di Carnot nel caso di cicli reversibili costituiti da due isoterme e due politropiche dello stesso indice.

13. Dalla [E] discende che il rapporto tra due temperature Kelvin si può misurare come rapporto tra le due quantità di calore scambiate – a quei dati valori di temperatura – in un ciclo di Carnot. In particolare, assegnato alla temperatura Kelvin dell'acqua al punto triplo il valore 273,16, ogni altra temperatura T può essere determinata misurando le quantità di calore scambiate *da una qualsivoglia sostanza* a temperatura 273,16 e a temperatura T in un ciclo di Carnot:

$$[L] \quad \frac{T}{273,16} = \frac{q}{q_{\text{tr}}}.$$

La temperatura così determinata si chiama **temperatura termodinamica**^[1].

Si noti che, proprio perché tale processo di determinazione della temperatura non è in alcun modo legato alla natura fisica del sistema che subisce il ciclo, risulta con esso possibile la misura di temperature così basse da non poter essere misurate con un termometro a gas^[2]. *In tutto il campo di temperature in cui il termometro a gas*

¹ Chiaramente un ciclo di Carnot non è realizzabile in quanto reversibile, tuttavia l'approssimazione può essere indefinitamente migliorata rallentando convenientemente un ciclo reale a due sorgenti: la determinazione della temperatura termodinamica implica dunque un procedimento di estrapolazione (valutazione del limite a cui tende, col rallentamento del processo, il rapporto tra calore entrante e calore uscente).

² Il campo di esistenza della fase gassosa non arriva in nessun caso allo zero assoluto: al di sotto di una certa temperatura (diversa per le diverse sostanze) l'agitazione termica delle molecole è così rallentata da non poter prevalere sull'effetto di aggregazione della coesione molecolare. Con un termometro a gas che utilizza elio si può arrivare a misurare temperature di 0,5 K, ma non temperature inferiori.

perfetto può essere usato, le sue indicazioni coincidono col valore della temperatura termodinamica^[3].

11.3 Ciclo Otto e ciclo Diesel

1. La maggior sorgente di energia per usi industriali e civili è oggi costituita dalla combustione di materiali fossili (carbone, derivati liquidi e gassosi del petrolio) e da reazioni nucleari di fissione (scissione di nuclei atomici con produzione di frammenti dotati di grande energia cinetica, trasferita poi per urto alle particelle circostanti con aumento dell'agitazione termica): in entrambi i casi, l'effetto energetico immediato è la produzione di elevate temperature (dei prodotti gassosi della combustione nel primo caso, del combustibile nucleare^[4] nel secondo). Nel primo caso (combustione di materiali fossili), l'effetto termico ottenuto è talvolta utilizzato direttamente (riscaldamento di edifici, metallurgia); ma più in generale l'effetto termico è solo una fase intermedia a cui fa seguito un effetto meccanico, la produzione di energia cinetica macroscopica: si pensi al moto delle turbine (e dei rotori dei generatori elettrici ad esse connessi) nelle centrali termoelettriche e nucleari, dove l'effetto energetico ultimo è la produzione di energia elettrica, oppure si pensi alla propulsione dei veicoli azionati da motori a combustione interna.

2. Nel caso dei motori a combustione interna la sorgente fredda è l'aria atmosferica, in cui vengono dispersi i gas di scarico; la sorgente calda è invece puramente virtuale, esiste cioè solo nel processo immaginario che si assume possa convenientemente rappresentare il processo effettivo: in realtà, l'energia introdotta ad ogni ciclo (e consumata per produrre lavoro) *non è calore*, ma energia potenziale chimica: non proviene da una sorgente esterna, ma dal fluido stesso che subisce il ciclo.

3. Il **ciclo Otto** di un motore a scoppio consta delle seguenti fasi successive:

a) *aspirazione*: valvola di aspirazione aperta, riempimento del cilindro con una miscela di aria e vapori di benzina;

b) *compressione*: valvole entrambe chiuse, mediante spostamento del pistone il volume della miscela aria-benzina viene fortemente ridotto (orientativamente, ridotto di otto volte) con aumento di pressione e temperatura;

³ Relativamente all'uso di locuzioni come «temperatura Kelvin», «temperatura assoluta» e «temperatura termodinamica» si rileva un certo disaccordo tra gli Autori. In questo libro viene adottata la seguente terminologia:

temperatura Kelvin (o *temperatura assoluta*) è la temperatura espressa con riferimento alla scala Kelvin, la scala termometrica i cui valori si ottengono da quelli della scala Celsius aggiungendo 273,15;

temperatura del termometro a gas perfetto è la temperatura Kelvin determinata tramite un termometro a gas rarefatto, in funzione quindi della pressione esercitata dal gas in un contenitore di volume costante;

temperatura termodinamica è la temperatura Kelvin determinata a mezzo di un ciclo di Carnot.

⁴ Uranio, sotto forma di lega metallica o di ossido (UO₂).

- c) *combustione*: esplosione della miscela (innescata da apposita scintilla), con ulteriore, forte aumento di pressione e temperatura;
- d) *espansione*: i gas combusti si espandono, il pistone ritorna nella posizione originaria;
- e) *scarico*: valvola di scarico aperta, i gas combusti vengono espulsi all'esterno.

Il tutto richiede quattro «corse» del pistone da un estremo all'altro della sua traiettoria: sono i quattro «tempi» del ciclo Otto. Il primo tempo corrisponde alla fase di aspirazione, il secondo alla fase di compressione, il terzo alla fase di espansione, il quarto alla fase di scarico.

4. Il processo reale, decisamente complesso, viene schematizzato assumendo che il materiale che lavora sia un gas perfetto biatomico (coefficiente adiabatico $\gamma = 7/5 = 1,4$). Si assume che il processo subito dal gas sia in sostanza equivalente a un ciclo reversibile costituito da due adiabatiche e due isocore: in fig. 3, l'adiabatica 1→2 rappresenta la fase di compressione; l'isocora 2→3 rappresenta la fase di combustione; l'adiabatica 3→4 rappresenta la fase di espansione; l'isocora 4→1 rappresenta l'apertura della valvola di scarico con ripristino nel cilindro delle condizioni iniziali di temperatura e pressione (seguono altre due fasi a pressione costante, la prima delle quali realizza l'espulsione dei gas combusti, la seconda l'aspirazione della miscela fresca con ripristino delle condizioni iniziali).

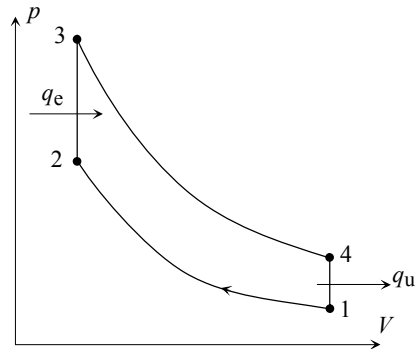


Fig. 3 – Il ciclo Otto.

Come si vede, nel ciclo teorico l'aumento isocoro di temperatura e pressione della fase 2→3 (dovuto nel ciclo reale alle reazioni chimiche di combustione, e cioè alla trasformazione di energia potenziale chimica del carburante in energia termica) è attribuito all'apporto di calore da parte di sorgenti esterne.

5. In tal modo, la quantità di calore che si suppone venga somministrata al gas è $q_e = n C_V (T_3 - T_2)$, e quella che viene immessa nell'atmosfera è $q_u = n C_V (T_4 - T_1)$.

Il rendimento del ciclo è pertanto $\eta = 1 - \frac{q_u}{q_e} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$. Essendo poi $T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$ (per l'adiabatica 3→4) e $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ (per l'adiabatica 1→2), se sottraiamo membro a membro (e teniamo conto che $V_1 = V_4$ e $V_2 = V_3$) otteniamo $(T_3 - T_2) V_2^{\gamma-1} = (T_4 - T_1) V_1^{\gamma-1}$, da cui $\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{R}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{R^{0,4}}$, dove

R indica il cosiddetto **rapporto di compressione** (rapporto tra volume massimo e

volume minimo del gas durante il ciclo). In definitiva, il rendimento è

$$[A] \quad \eta = 1 - \frac{1}{R^{0,4}}.$$

6. Per ottenere alti rendimenti, sarebbero dunque necessari rapporti di compressione molto elevati: ma ciò è precluso dal fatto che la miscela finirebbe per esplodere prematuramente – prima cioè che il gas si trovi nelle condizioni di volume minimo – a causa dell'alta temperatura in tal modo raggiunta. Con appositi additivi chimici si riesce a raggiungere per il rapporto di compressione un valore di circa 10, a cui secondo la [A] corrisponderebbe un rendimento del 60%. In realtà, il valore così ottenuto è del tutto teorico: nei motori a benzina reali un rendimento del 30% è già un risultato notevole.

7. Rendimenti sensibilmente migliori (espressi da relazioni *diverse* dalla [A]) si possono ottenere con i motori a **ciclo Diesel**, nei quali il carburante viene aggiunto all'aria solo alla fine della fase di compressione, il che esclude il pericolo di una pre-accensione e permette quindi di utilizzare rapporti di compressione molto più elevati (da 15 a 20). Gli alti valori di temperatura raggiunti con la compressione fanno sì che la combustione del carburante iniettato nel cilindro si inneschi spontaneamente, senza necessità di scintilla. Il complicato processo termodinamico reale viene schematizzato con un ciclo reversibile costituito da due adiabatiche, un'isobara e un'isocora. In fig.4 l'adiabatica 1→2 rappresenta la fase di compressione dell'aria, l'isobara 2→3 rappresenta la fase di iniezione del carburante e di combustione, l'adiabatica 3→4 la fase di espansione, l'isocora 4→1 l'espulsione dei gas combusti e il ripristino nel cilindro delle condizioni iniziali di pressione e temperatura (seguono la fase di scarico e la fase di aspirazione).

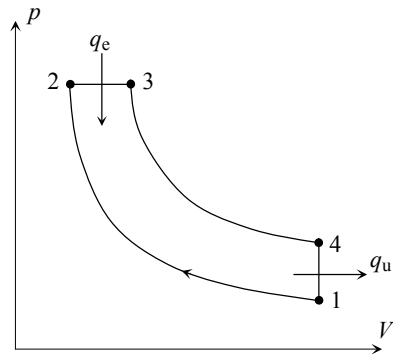


Fig.4 – Il ciclo Diesel

QUESITI E PROBLEMI

- 1 Un gas reale subisce un ciclo reversibile costituito da due isoterme più due isocore. Sapendo che il calore complessivamente assorbito dal gas è $q' = 500$ cal, e che il calore complessivamente ceduto è $q'' = 700$ cal, stabilire se il gas è più caldo in corrispondenza dell'isoterma di espansione oppure in corrispondenza dell'isoterma di compressione.
- 2 Un sistema termodinamico subisce una trasformazione che lo riporta in definitiva allo stato iniziale, scambiando calore con tre sorgenti termiche e compiendo il lavoro $L = 1000$ J. Sapendo che le tre sorgenti hanno rispettivamente temperatura 0°C , 100°C e 400°C , si chiarisca se è possibile che il calore complessivamente assorbito dal sistema nel ciclo sia 1600 J.
- 3 Una macchina termica di Carnot lavora scambiando calore rispettivamente a 100 e a 300°C . Si determini quanto lavoro produce complessivamente la macchina nell'intervallo di tempo in cui viene assorbito il calore $q = 10^8$ J.

- 4 In un ciclo di Carnot, i prodotti «in croce» dei volumi, o delle pressioni, di un gas perfetto sono sempre uguali: posto cioè che l'espansione isoterma porti il sistema dallo stato 1 allo stato 2 (fig.5), e che la compressione isoterma porti il sistema dallo stato 3 allo stato 4, risulta sempre $V_1V_3 = V_2V_4$ (e lo stesso per le pressioni). Si chiarisca tale proprietà vale, nel caso di gas perfetto, anche per un ciclo costituito da due isoterme e due isobare, e per un ciclo costituito da due isoterme e due isocore.

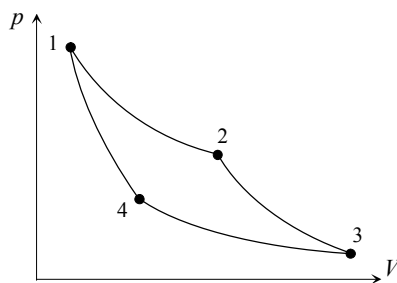


Fig. 5

- 5 Un gas perfetto monoatomico subisce il seguente ciclo reversibile: riscaldamento isocoro fino al raddoppio della pressione, espansione isobara fino a un volume tre volte più grande, raffreddamento isocoro fino al ripristino della pressione iniziale, compressione isobara fino al volume iniziale. Si determini il rendimento del ciclo, e lo si confronti col rendimento di un ciclo di Carnot tra le stesse temperature estreme.

- 6 Un gas perfetto monoatomico subisce il ciclo reversibile mostrato in fig.6: espansione isoterma dallo stato $p_1 = 8$ atm, $V_1 = 0,2$ l fino al volume $V_2 = 1$ l, compressione isobara fino al volume iniziale, riscaldamento isocoro fino alla pressione iniziale. Determinare il rendimento del ciclo, e confrontarlo col rendimento di un ciclo di Carnot fra le stesse temperature estreme.

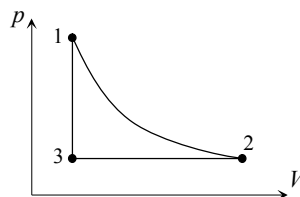


Fig. 6

- 7 Un gas perfetto biatomico subisce il ciclo reversibile mostrato in fig. 7: espansione isobara dallo stato $p_1 = 5 \text{ atm}$, $V_1 = 1 \text{ l}$ fino al raddoppio del volume, espansione adiabatica fino alla temperatura iniziale, compressione isoterma fino al volume iniziale. Determinare il rendimento del ciclo.

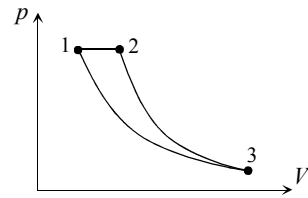


Fig. 7

- 8 * A volte il rendimento di un ciclo termico, rapporto tra il lavoro prodotto e il calore assorbito, viene valutato escludendo dal computo quella parte del calore assorbito che viene soltanto «presa a prestito», nel senso che durante il ciclo tale calore viene prima assorbito ma poi integralmente restituito alla stessa temperatura. Con tale convenzione, risulta che tutti i cicli reversibili costituiti da due isoterme + due politropiche dello stesso tipo hanno lo stesso rendimento di un ciclo di Carnot fra le stesse isoterme. Lo si dimostri:
 (a) con riferimento a un ciclo di Ericsson (due isoterme + due isobare);
 (b) con riferimento a un ciclo di Stirling (due isoterme + due isocore).
- 9 In una giornata particolarmente calda, la signora Giovanna, che sta lavorando in cucina, decide di lasciare aperta la porta del frigorifero, nella speranza che ciò serva a rinfrescare l'ambiente. È una buona idea?
- 10 Una macchina frigorifera ha efficienza 5. Che rapporto c'è tra calore ceduto ad alta temperatura e calore sottratto a bassa temperatura?
- 11 (a) Si chiama *pompa di calore* una macchina frigorifera che, d'inverno, assorbe calore dall'aria esterna e cede calore all'aria di un ambiente da riscaldare. Supponiamo che l'efficienza del ciclo sia 5: quanta energia consuma in tal caso la macchina per ogni caloria fornita all'aria interna?
 (b) La stessa macchina può servire, d'estate, per sottrarre calore all'aria interna e cederlo all'aria esterna. Quanta energia consuma, per ogni caloria sottratta all'aria da refrigerare, una macchina frigorifera di efficienza 5?
- 12 Una macchina frigorifera lavora prelevando calore dall'aria di un locale a 22°C e cedendo calore all'aria esterna, a una temperatura di 34°C . Quanta energia consuma, come minimo, per ogni caloria sottratta all'aria interna?
- 13 Entro quali valori estremi può variare l'efficienza di una macchina frigorifera di Carnot?
- 14 * Una macchina frigorifera, azionata da un motore da 100 W , deve mantenere al valore di -20°C la temperatura interna di un frigorifero posto in un ambiente a 30°C . Si trovi:
 (a) quale valore massimo può, in teoria, assumere il flusso di calore (calorie al secondo) dall'esterno all'interno del frigorifero per conduzione termica delle pareti, senza che la temperatura interna subisca variazioni;
 (b) quale sarebbe la risposta nel caso la macchina avesse un'efficienza pari al

60% di quella di una macchina frigorifera di Carnot, e nel caso l'efficienza fosse invece solo il 30% dell'efficienza ideale.

Altri quesiti e problemi relativi ai cicli termodinamici vengono proposti al capitolo entropia, a partire dal n.36 di pag.170.

RISPOSTE

- 1 Dato che il calore complessivamente assorbito dal gas nel ciclo è negativo, anche il lavoro compiuto è negativo ($q = L + \Delta U$, con $\Delta U = 0$ perché stato finale e stato iniziale coincidono). Il ciclo è quindi percorso dal gas in senso antiorario (fig. 8): dal che si desume che, in fase di compressione, la temperatura (costante) del gas è più elevata che in fase di espansione.

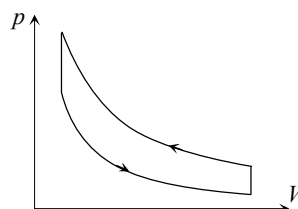


Fig. 8

- 2 Se il calore assorbito fosse 1600 J, il rendimento del ciclo sarebbe $\eta = L/q = 1000/1600 = 0,625$. Il teorema di Carnot stabilisce che, indipendentemente dal sistema termodinamico che si considera, nessun ciclo tra due temperature estreme (in questo caso, 0°C e 400°C) può avere rendimento superiore a quello di un ciclo di Carnot tra le stesse temperature:
 $\eta_C = 1 - (T_{\min}/T_{\max}) = 1 - (0+273)/(400+273) = 0,594$. Dato che il rendimento prima calcolato non soddisfa a tale condizione, non è possibile che il calore assorbito in un ciclo abbia il valore indicato.

- 3 Il lavoro prodotto dalla macchina in un ciclo (o in un numero intero di cicli) è, per definizione, il prodotto del calore scambiato dalla macchina in entrata per il rendimento ($\eta = L/q_e$). Per il primo principio è $L = q_e - q_u$, perciò $\eta = 1 - q_u/q_e$. Nel caso particolare del ciclo di Carnot è $\eta = (1 - T_u/T_e)$. Nel caso quindi del problema risulta

$$L = \eta q_e = [1 - (100+273)/(300+273)] \times 10^8 \text{ J} = 0,349 \times 10^8 \text{ J} = 3,49 \times 10^7 \text{ J}$$

Osservazione. A priori non è detto che nell'intervallo di tempo in cui viene assorbito il calore $q_e = 10^8 \text{ J}$ la macchina compia un numero intero di cicli: se così non fosse, il bilancio energetico del sistema termodinamico coinvolto non sarebbe $L = q_e - q_u$, ma $L = q_e - q_u - \Delta U$. Per come però la domanda è posta, è lecito supporre che la questione non si ponga: possiamo ad esempio immaginare che il numero di cicli completati sia abbastanza grande da rendere comunque trascurabile ΔU in rapporto alla differenza $q_e - q_u$ tra calore complessivamente assorbito e calore complessivamente ceduto.

- 4 Sì. Nel caso di un ciclo costituito da due isoterme e due isobare (fig. 9), il fatto che sia $p_1 = p_2$ significa (per la $pV = nRT$) che è $V_2/V_1 = T_2/T_1$, e il fatto che

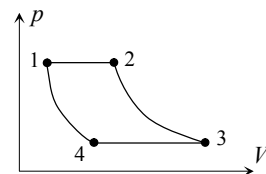


Fig. 9