

Interpretazione cinetica della temperatura del gas ideale

Interpretazione microscopica dell'equazione di stato

1. Nel testo *La Fisica del calore*^[1] viene mostrato che, fatte alcune ben precise ipotesi sul comportamento delle molecole di un gas^[2], se ne può dedurre, in applicazione delle leggi della meccanica, che la pressione esercitata dal gas sulle pareti del recipiente è

$$[A] \quad p = \frac{\rho v_{\text{qm}}^2}{3}$$

dove ρ è la densità del gas (massa per unità di volume) e v_{qm}^2 è il quadrato della velocità quadratica media (e quindi è il valore medio del quadrato della velocità delle molecole).

2. Sappiamo d'altro canto che il comportamento dei gas rarefatti è ben rappresentato dall'equazione (di Clapeyron)

$$[B] \quad pV = nRT.$$

Le ipotesi che conducono alla [A] implicano, alla luce del dato sperimentale espresso dalla [B], che l'energia cinetica media delle molecole di un gas sia proporzionale alla temperatura kelvin del gas. La densità è infatti il rapporto tra la massa M del gas (uguale alla massa m di una molecole per il numero complessivo N delle molecole) e il suo volume. Il numero N di molecole corrisponde al numero n di moli moltiplicato per il numero N_0 di molecole contenute in una mole (numero di Avogadro) Possiamo allora scrivere

$$[C] \quad p = \frac{\rho v_{\text{qm}}^2}{3} = \frac{mNv_{\text{qm}}^2}{3V} = \frac{m n N_0 v_{\text{qm}}^2}{3V}.$$

Se nella [C] introduciamo la costante di Boltzmann $k = R/N_0$ (dove R è la costante dell'equazione di Clapeyron) otteniamo

$$[D] \quad pV = nR \frac{m v_{\text{qm}}^2}{3k}.$$

Confrontando la [D] con la [B] vediamo che deve essere $m v_{\text{qm}}^2 / 3k = T$, vale a dire

$$[E] \quad EC_{\text{tr,m}} = (1/2) m v_{\text{qm}}^2 = (3/2) kT,$$

¹ Cap.4, pag.23 e seguenti.

² In particolare, l'ipotesi che il volume complessivo delle molecole sia trascurabile, e l'ipotesi che le molecole interagiscano esclusivamente in senso repulsivo con urti elastici (niente coesione): entrambe le ipotesi sono ben verificate nel caso di un gas rarefatto.

e cioè il valore medio dell'energia cinetica di traslazione delle molecole di un gas ideale è direttamente proporzionale al valore della temperatura kelvin del gas^[3].

3. Considerazioni di meccanica statistica portano a ritenere valido un principio di *equipartizione* dell'energia, secondo il quale ad ogni 'grado di libertà' di una molecola (ad ogni modo indipendente di accumulazione dell'energia) compete in media uno stesso valore di energia cinetica: nel caso di un gas ideale, $(1/2) kT$ ^[4].

³ La relazione [E] è stata ottenuta con riferimento ai gas ideali, non può quindi essere senz'altro riferita a un materiale qualsivoglia. Si veda al riguardo il punto 2 a pag.7 del testo *La Fisica del calore*.

⁴ Vedi in *La Fisica del calore* a pag.25.