

Il potenziale elettrostatico

3.1 Il lavoro delle forze elettrostatiche

1. È immediato ricavare dalla legge di Coulomb che, se la distanza tra due cariche puntiformi q e q_1 passa dal valore iniziale r' al valore finale r'' , il lavoro compiuto dalle forze con cui le due cariche interagiscono è

$$[A] \quad L = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''} \right).$$

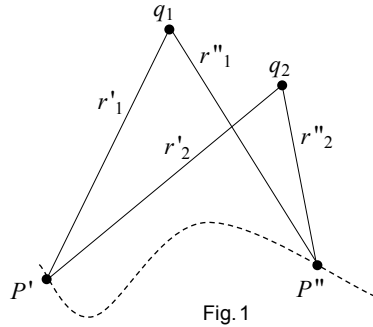
Come si vede, il lavoro delle forze elettrostatiche di interazione non dipende in alcun modo dalla particolare traiettoria seguita dalle due particelle: il che significa che *le forze elettrostatiche sono conservative*. Si noti anche che, per una data coppia di cariche puntiformi, il lavoro delle forze di interazione dipende solo dalla distanza iniziale e da quella finale tra le due particelle, non dal fatto che si sia spostata una sola particella oppure entrambe^[1].

2. Se le cariche puntiformi che interagiscono sono più di due, una variazione di posizione delle cariche comporta un lavoro complessivo dato dalla somma di tanti lavori parziali (ognuno espresso da relazioni del tipo della [A], per il principio di sovrapposizione delle interazioni elettrostatiche) quante sono le coppie di cariche.

¹ Supponiamo infatti che la carica q subisca lo spostamento infinitesimo $d\vec{s}$, e che la carica q_1 subisca lo spostamento infinitesimo $d\vec{s}_1$. Se durante tali spostamenti la forza di q_1 su q è \vec{F} , per la legge di azione e reazione la forza di q su q_1 è $-\vec{F}$, e il lavoro complessivo delle due forze sarà $dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} + (-\vec{F}) \cdot d\vec{s}_1 = \vec{F} \cdot (d\vec{s} - d\vec{s}_1)$, che è il prodotto scalare della forza agente su q per lo spostamento di q rispetto a q_1 . Allora è chiaro che, ai fini del lavoro delle forze di interazione, ciò che interessa è lo spostamento di una carica rispetto all'altra: e più precisamente interessa di quanto una carica si sposta rispetto all'altra *nella direzione della forza*, di quanto quindi aumenta o diminuisce la distanza tra le due cariche. Se la distanza r tra le due cariche subisce l'incremento dr , il lavoro delle forze elettrostatiche sarà $dL = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$, positivo quando la distanza tra due cariche dello stesso segno aumenta (dr positivo) e quando la distanza tra due cariche di segno contrario diminuisce (dr negativo). Quando la distanza varia da r' a r'' , il lavoro sarà $L = \int_{r'}^{r''} \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$, da cui segue subito la [A].

3. Supponiamo ad esempio che una carica puntiforme q si sposti (fig. 1) dalla posizione iniziale P' alla posizione finale P'' nel campo prodotto da due cariche puntiformi q_1 e q_2 che supponiamo fisse: il lavoro delle forze elettrostatiche applicate a q sarà in tal caso

$$[B] \quad L = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r''_1} \right) + \frac{qq_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r'_2} - \frac{1}{r''_2} \right).$$



3.2 Energia potenziale elettrostatica

1. Essendo le forze elettrostatiche conservative, è possibile introdurre l'idea di energia potenziale elettrostatica come *lavoro eventuale delle forze elettrostatiche*. Precisamente, l'energia potenziale elettrostatica di una carica q in una posizione P rispetto al riferimento R è il *lavoro che le forze elettrostatiche applicate a q compirebbero in relazione a un eventuale spostamento di q da P a R* . L'energia potenziale elettrostatica di un sistema di N cariche è il lavoro che le forze elettrostatiche applicate alle N cariche compirebbero nel caso il sistema cambiasse configurazione, assumendo una certa configurazione di riferimento. Ad esempio, l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche "rispetto all'infinito" è il lavoro che le forze elettrostatiche compirebbero nel caso ogni carica del sistema si portasse a una distanza infinita da tutte le altre.

2. Ricollegandoci a quanto si conosce dalla meccanica, possiamo dire che il valore finale dell'energia potenziale elettrostatica è uguale al valore iniziale meno il lavoro delle forze elettrostatiche:

$$[A] \quad U_f = U_i - L.$$

In modo equivalente, possiamo dire che il lavoro delle forze elettrostatiche (applicate a una carica, o a un sistema di cariche) è uguale alla *diminuzione* dell'energia potenziale elettrostatica (della carica o del sistema di cariche), intendendosi per «diminuzione» la differenza tra il valore iniziale e quello finale:

$$[B] \quad L = U_i - U_f.$$

Mentre dunque l'energia potenziale di una carica (o di un sistema di cariche) dipende dalla scelta del riferimento, le variazioni di energia potenziale ne sono del tutto indipendenti.

3. Si voglia ad esempio esprimere l'energia elettrostatica interne di un sistema di tre cariche puntiformi (fig. 2) ri-

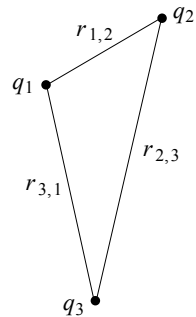


Fig. 2

petto all'infinito. Occorre determinare il lavoro che verrebbe compiuto da parte delle forze elettrostatiche interne in relazione all'aumento fino a un valore infinito della distanza di ogni carica dalle altre due: in base alla [A] del paragrafo precedente, tenuto conto che le distanze finali sono infinitamente grandi e quindi i loro reciproci sono zero, la risposta è

$$[C] \quad U_{\infty} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{1,2}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{2,3}} + \frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{3,1}} .$$

4. Più in generale, per un sistema di N cariche puntiformi l'energia potenziale elettrostatica interna rispetto all'infinito sarà la somma dell'energia potenziale di tutte le coppie di cariche del sistema:

$$[D] \quad U_{\infty} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq k} \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{i,k}}$$

dove gli indici i e k (che, come indicato nella formula, non devono mai essere uguali) assumono tutti i valori tra 1 ed N , e dove il simbolo $r_{i,k}$ indica la distanza tra la carica di indice i e la carica di indice k . Il coefficiente $\frac{1}{2}$ tiene conto del fatto che nella [D] compare *due volte* il lavoro relativo alla separazione – fino a una distanza infinita – di una carica da un'altra (ad esempio, compaiono tanto il termine $q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r_{1,2}$ che il termine $q_2 q_1 / 4\pi\epsilon_0 r_{2,1}$).

5. L'**energia elettrica** che viene prodotta nelle centrali, e che (con relativa bolletta di addebito) viene consumata nei diversi apparecchi utilizzatori, è proprio energia potenziale elettrostatica. Un apparecchio *produce* energia elettrica quando nell'apparecchio le cariche mobili procedono in senso contrario al senso delle forze elettrostatiche: essendo infatti in tal caso negativo il lavoro L nella [A], l'energia potenziale con cui le cariche escono dall'apparecchio è *superiore* a quella con cui sono entrate. Se invece le cariche mobili procedono nel senso stesso delle forze elettrostatiche, l'apparecchio *consuma* energia elettrica perché le cariche mobili escono dall'apparecchio con energia potenziale elettrostatica inferiore a quella con cui sono entrate^[2].

6. Vedremo più avanti (pag.89) che l'energia potenziale elettrostatica di un sistema di cariche può pensarsi 'distribuita' nei punti del campo elettrico da esse prodotto, in proporzione al quadrato dell'intensità E del campo.

7. Come si è già anticipato e come verrà più avanti chiarito, le forze del campo elettrico 'indotto' (il campo elettrico prodotto dalle variazioni di un campo magnetico) *non sono conservative*. Per una carica soggetta alle forze di un campo elettrico indotto non ha quindi senso parlare di energia potenziale.

² Alcuni frequenti malintesi sul concetto di energia in fisica sono discussi ai capitoli 39 ("Il mistero e la crisi"), 40 ("Il comune senso dell'energia") e 46 ("Alla ricerca del senso perduto") in G. Tonzig, *100 errori di Fisica* (Maggioli).