

12.7 Circuiti oscillanti

1. Un circuito chiuso (fig. 21) costituito da un induttore e da un condensatore, entrambi ideali, è lo schema più elementare di circuito oscillante. La tensione sui due apparecchi è la stessa, la corrente nei due apparecchi la stessa. Tensione e corrente sono funzioni armoniche del tempo, la corrente è sfasata di un quarto di periodo sulla tensione: dunque, quando il valore assoluto della corrente aumenta, diminuisce il valore assoluto della tensione, cosicché mentre si carica (accumula energia) l'induttore, si scarica (cede energia) il condensatore: induttore e condensatore si caricano e scaricano a turno.

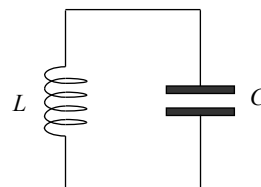


Fig. 21

2. Date le circostanze, che tensione e corrente siano uguali per i due apparecchi è fuor di dubbio, ma ciò appare in contraddizione col fatto che, rispetto alla tensione, la corrente (*la stessa corrente*) dovrebbe essere sia in anticipo che in ritardo: in anticipo nel condensatore, in ritardo nell'induttore.

È chiaro che la contraddizione è solo apparente: deriva dal fatto che in questo caso non è materialmente possibile adottare per entrambi gli apparecchi la convenzione di segno degli utilizzatori (sulla base della quale si è a suo tempo stabilito che la corrente anticipa nei condensatori e ritarda negli induttori). Una volta scelto, infatti, il senso di passaggio della corrente positiva (in fig. 22, il senso orario), uno stesso morsetto *A* sarà morsetto di entrata della corrente positiva per uno dei due apparecchi (nella figura, l'induttore), e morsetto di uscita per l'altro apparecchio: se a questo punto decidiamo di misurare la tensione come differenza di potenziale tra il morsetto *A* e il morsetto *B*, per il primo dei due apparecchi avremo adottato la convenzione degli utilizzatori, per l'altro invece, automaticamente, la convenzione opposta. Nel caso quindi della fig. 22, la corrente sarà «regolarmente» in ritardo (vedi fig. 23) nell'induttore, ma risulterà «stranamente» in ritardo pure nel condensatore.

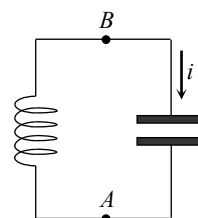


Fig. 22

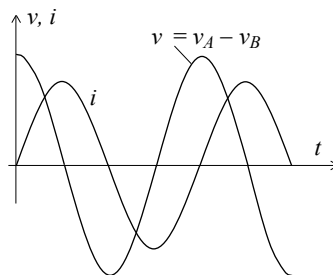


Fig. 23

3. Supponiamo dunque che i due morsetti di un condensatore ideale, avente carica q_0 , vengano collegati attraverso un induttore ideale. Per comprendere ciò che accade nel circuito, possiamo ragionare in termini di energia, e scrivere che

l'energia $q_0^2/2C$ inizialmente posseduta dal condensatore si sposta poi alternativamente tra il condensatore e l'induttore, diminuendo nel primo mentre cresce nel secondo e viceversa, e mantenendo, nel nostro schema idealizzato, un valore complessivo costante: $\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \text{cost.}$ Se deriviamo rispetto al tempo otteniamo

$\frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = 0$, e tenuto conto che in questo specifico caso (come chiariremo al punto 5) è $i = -dq/dt$, possiamo semplificare e scrivere

$$[A] \quad \frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} = 0.$$

Ma se è $i = -dq/dt$, anziché di/dt possiamo scrivere $-d^2q/dt^2$, e riordinando otteniamo in definitiva $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$, o anche

$$[B] \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \omega^2 q = 0$$

(dove si è posto $\omega^2 = 1/LC$, in base a quanto verrà subito fatto osservare).

Abbiamo con ciò ottenuto la ben nota equazione differenziale tipo moto armonico: come si verifica facilmente, la soluzione è $q = q_0 \cos \omega t$, avendo scelto come istante zero quello in cui i due apparecchi vengono collegati (carica del condensatore = q_0). Perciò $i = -dq/dt = \omega q_0 \sin \omega t = i_0 \sin \omega t$. La posizione $\omega^2 = 1/LC$ trova riscontro nel fatto che, detta i_0 l'ampiezza della sinusoide di corrente, l'ampiezza V_0 della sinusoide di tensione si può ottenere da i_0 sia moltiplicando per la reattanza del condensatore ($V_0 = i_0/\omega C$), sia moltiplicando per la reattanza dell'induttore ($V_0 = \omega L i_0$), dal che si deduce che è $\omega^2 = 1/LC$.

4. Dunque l'energia oscilla nel circuito tra il campo elettrico del condensatore e il campo magnetico dell'induttore. Con quale frequenza? Per la tensione e la corrente, la frequenza di oscillazione è $\omega/2\pi = 1/(2\pi \sqrt{LC})$. La frequenza di oscillazione per l'energia è doppia: nel tempo $T = 2\pi/\omega$ infatti il condensatore e l'induttore si caricano e scaricano due volte, essendo l'energia del primo proporzionale al quadrato della tensione, e l'energia del secondo proporzionale al quadrato della corrente.

5. Resta da chiarire la ragione per la quale più sopra abbiamo scritto $i = -dq/dt$, e non la solita relazione $i = dq/dt$. Tutto dipende dalle convenzioni di segno adottate: se vogliamo che la tensione sul condensatore sia $V_C = q/C$ (nel qual caso V e q hanno istante per istante lo stesso segno), e se abbiamo stabilito di misurare la tensione come differenza di potenziale tra il morsetto A e il morsetto B , bisogna che q sia la carica dell'armatura collegata al morsetto A (solo così q e V hanno in ogni istante lo stesso segno). Avendo stabilito che il senso della corrente positiva è quello che esce dal morsetto A , è chiaro che a un valore positivo della corrente i corrisponde questa

volta un incremento dq negativo, cosicché scrivendo $i = -dq/dt$ abbiamo lo stesso segno a primo e a secondo membro.

Se invece, a parità di senso di percorrenza della corrente positiva, avessimo deciso di misurare la tensione come differenza di potenziale tra B e A , non sarebbe cambiato granché: q sarebbe stata questa volta la carica dell'armatura collegata a B , perciò avremmo scritto non $i = -dq/dt$, ma la solita relazione $i = dq/dt$. Nella [A] avremmo però dovuto sostituire di/dt non con $-d^2q/dt^2$, ma con d^2q/dt^2 , e quindi saremmo comunque arrivati alla [B].

12.8 Il trasporto dell'energia elettrica

1. L'energia elettrica viene prodotta in centrali che, a seconda del tipo di energia consumata, vengono denominate idroelettriche, oppure termoelettriche, oppure nucleari. Nelle centrali idroelettriche viene sfruttata l'energia cinetica dell'acqua che, attraverso la «condotta forzata», giunge in centrale dal sovrastante bacino di raccolta: l'energia cinetica dell'acqua diventa energia cinetica delle turbine e dei rotori dei generatori elettrici (alternatori), e in definitiva – dedotte le inevitabili perdite – energia potenziale elettrostatica disponibile per l'utilizzazione.

Nelle centrali termoelettriche i rotori dei generatori sono invece tenuti in rotazione da turbine a vapore o a gas, oppure da motori a combustione interna (tipo diesel): l'energia elettrica prodotta proviene in ogni caso, attraverso successive trasformazioni (e relative perdite), dall'energia potenziale chimica del combustibile (carbone, nafta, gasolio).

Le centrali nucleari differiscono dalle centrali termoelettriche classiche per il fatto che il calore necessario alla produzione di vapore ad alta pressione (da inviare alle turbine) proviene da reazioni nucleari di *fissione*^[1] (le centrali nucleari a *fusione* non sono ancora operative).

2. Dalle centrali, l'energia deve essere trasportata nei punti di utilizzazione, che possono avere le più disparate localizzazioni e possono quindi trovarsi a distanze anche molto grandi dai luoghi di produzione. È questo uno dei caratteristici vantaggi dell'energia elettrica: la possibilità di essere prodotta nei luoghi più convenienti^[2], e di un facile ed economico trasporto fino all'utilizzazione.

¹ Vale a dire, scissione di nuclei «fissili» (uranio 235, plutonio 239, plutonio 241) bombardati da neutroni, con produzione di neutroni e di frammenti (come nuclei di bario e cripton) dotati di energie cinetiche elevatissime (dell'ordine dei 200 MeV) trasmesse poi per urto alle molecole dell'acqua di raffreddamento delle barre di combustibile nucleare.

² Per esempio, nel caso delle centrali idroelettriche, in montagna, dove può essere facile realizzare bacini idrici e disporre di dislivelli elevati; oppure, nel caso delle centrali nucleari, in prossimità dei corsi d'acqua, dai quali può essere prelevata l'acqua destinata a raffreddare il combustibile nucleare e a trasformarsi in vapore sotto pressione.

3. Naturalmente, l'energia disponibile per l'utilizzazione è minore dell'energia prodotta in centrale a causa delle perdite che inevitabilmente, per effetto Joule, si verificano nelle linee di trasporto. Se R è la resistenza della linea di trasporto, le perdite per riscaldamento della linea sono proporzionali a R e al quadrato dell'intensità di corrente (in corrente alternata, al quadrato del valore massimo, oppure del valore efficace).

4. Da un punto di vista teorico, la minimizzazione delle perdite potrebbe essere ottenuta riducendo a valori estremamente bassi la resistenza dei conduttori di linea. Ciò però richiederebbe l'utilizzazione di conduttori di grande sezione, e quindi di enorme peso: la realizzazione della linea porrebbe problemi tecnici di non facile soluzione, e in ogni caso i costi dell'impianto andrebbero a valori intollerabilmente elevati.

Conviene invece cercare di trasportare l'energia a bassi valori di corrente. Naturalmente, ciò non deve impedire di trasportare all'utilizzazione, in un dato intervallo di tempo, tutta l'energia necessaria: e dato che l'energia immessa in linea è proporzionale al prodotto VI (differenza di potenziale tra i fili per intensità di corrente nei fili, con riferimento ai valori massimi – o ai valori efficaci – nel caso di corrente alternata), il trasporto di energia a bassi valori di corrente richiede l'uso di alte o altissime tensioni (fino a diverse centinaia di migliaia di volt).

5. Sennonché, valori così elevati di tensione sono evidentemente improponibili sia in sede di produzione dell'energia che in sede di utilizzazione: i generatori non possono produrre energia con valori di tensione superiori ai 10 ÷ 15 mila volt, e ciò per ineludibili ragioni costruttive (problemi di isolamento) e di sicurezza; e gli apparecchi utilizzatori, per ragioni analoghe, non possono lavorare che sotto tensioni molto più modeste (si pensi ai 220 V efficaci delle prese domestiche, o ai 380 V efficaci dei grossi motori elettrici trifase).

In definitiva, la soluzione migliore al problema della minimizzazione delle perdite in linea non può che essere questa: produrre e utilizzare energia elettrica ai valori più convenienti di tensione, ma trasportarla ad alti valori di tensione.

6. Si pone allora, all'inizio e alla fine della linea di trasporto (quindi immediatamente a valle della centrale di produzione e immediatamente a monte dell'utilizzazione) un problema di «trasformazione», vale a dire il problema di modificare in senso inverso i due fattori – tensione e intensità di corrente – della potenza elettrica: all'inizio della linea di trasporto occorre inserire una macchina che riceva energia dalla centrale di produzione e la immetta in linea con valori di tensione fortemente maggiorati e valori di corrente corrispondentemente diminuiti, alla fine della linea bisogna inserire una macchina che operi sui fattori della potenza in senso inverso.

7. Macchine trasformatrici di questo genere possono, in teoria, essere costruite sia per la corrente continua che per la corrente alternata: in pratica però il problema della trasformazione viene risolto in modo molto più soddisfacente (dal punto di vista tecnico come dal punto di vista economico) per la corrente alternata. È questa la