INTERAZIONE MAGNETICA

6.4.1 Forza di Lorentz

1. Le forze che agiscono su una carica elettrica (per esempio, su un elettrone) in dipendenza non solo dal valore della carica e dalla sua posizione ma anche dalla sua velocità sono, per definizione, la manifestazione di un campo magnetico.
L'esperienza mostra che esiste, in ogni punto di un campo magnetico, una particolare direzione (orientata), diversa in generale da punto a punto, che viene assunta come direzione locale del **vettore campo magnetico** (simbolo $\vec{B}$) ed è univocamente definita dalle seguenti circostanze:
a) se una carica q viene a trovarsi in quel punto con una velocità $\vec{v}$ diretta come il campo magnetico $\vec{B}$ la forza del campo sulla carica è zero;
b) se la velocità di q ha una diversa direzione, la forza del campo su q è diversa da zero (a meno che q non viaggi in direzione opposta a quella di $\vec{B}$), è perpendicolare sia a $\vec{B}$ che al vettore $q\vec{v}$, e forma con $q\vec{v}$ e con $\vec{B}$ (presi in quest'ordine) una terna destra (fig. 1);

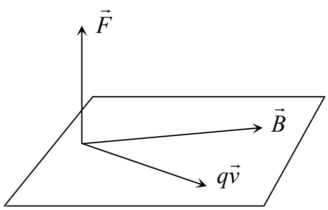

Fig. 1

c) in ogni punto del campo, il valore della forza del campo su una carica q risulta proporzionale al valore di q, al valore della sua velocità e al seno dell'angolo tra il vettore $q\vec{v}$ e il vettore $\vec{B}$ (dal che tra l'altro discende che, a parità di ogni altra condizione, la forza su una data q in un dato punto è massima quando q viaggia perpendicolarmente al campo). Il rapporto $\dfrac{F}{qv\,\mathrm{sen}\theta}$, costante in ogni punto del campo al variare di q, di v e di $\mathrm{sen}\theta$, dipendente quindi solo dal punto che si considera, viene assunto come modulo del vettore $\vec{B}$ in quel dato punto.
Vale in definitiva la relazione

2. *Osservazione*. Per il fatto che la forza di un campo magnetico è sempre perpendicolare alla direzione del campo $\vec{B}$, la denominazione di "linee di forza" del campo magnetico – spesso attribuita alle linee orientate che danno in ogni loro punto, con la tangente, la direzione di $\vec{B}$ – appare discutibile. La denominazione di "linee di campo" è sicuramente più opportuna.

3. Una immediata conseguenza della perpendicolarità tra velocità di una carica e forza del campo magnetico sulla carica è il fatto che la forza magnetica non è mai in grado di modificare il valore della velocità di una carica, può solo modificarne la direzione.

4. Una corrente elettrica è costituita da cariche in moto, perciò la [A] può essere scritta anche con riferimento a una corrente elettrica. Se una corrente di intensità I percorre

nella direzione del versore $\vec{n}$ [1] un elemento di circuito di lunghezza infinitesima dl, in corrispondenza del quale il vettore campo elettrico è $\vec{B}$, la forza su tale elemento di circuito è

[B] $\vec{F} = I\,\mathrm{d}l\,\vec{n} \wedge \vec{B}$.

La stessa relazione può essere riferita a un tratto rettilineo di circuito di lunghezza finita l, purché lungo tale tratto il campo $\vec{B}$ sia costante in direzione e valore:

[C] $F = I\,l\,\vec{n} \wedge \vec{B}$.

6.4.2 Moto di una carica puntiforme in un campo magnetico

Supponiamo che una particella di massa m e carica q proceda di moto rettilineo uniforme, libera da qualsiasi forza, ed esaminiamo che cosa succede se a un dato istante viene prodotto attorno alla particella un campo magnetico uniforme.

Prima eventualità: la velocità $\vec{v}$ di q è parallela alla direzione del campo (che qui, per intenderci, chiamiamo «direzione x»). In tal caso la forza magnetica sulla particella è zero, uindi la particella prosegue il proprio moto rettilineo uniforme.

Seconda eventualità: $\vec{v}$ è ortogonale al campo, diciamo ad esempio che la particella viaggia in direzione y. In tal caso la particella è soggetta a una forza di modulo qvB perpendicolare sia a $\vec{v}$ che a $\vec{B}$: dato che il componente x della forza è sempre zero, anche il componente x della velocità di q si mantiene uguale a zero, cioè la particella si muove nel campo mantenendosi in un piano ortogonale a $\vec{B}$. Essendo per ipotesi la forza magnetica l'unica forza agente, ed essendo ortogonale a $\vec{v}$, essa rappresenta la forza centripeta, e quindi il suo valore può essere anche espresso come prodotto della massa m per l'accelerazione centripeta: $qvB = mv^2/r$. Se ne deduce che è $r = mv/qB$, costante. La particella si muove dunque di moto circolare uniforme: il raggio della circonferenza è tanto più piccolo (cioè la deviazione prodotta dal campo è tanto più rapida ed evidente) quanto più piccola è la quantità di moto mv della particella, e quanto più grandi sono la sua carica e l'intensità del campo magnetico. Si noti che il tempo impiegato dalla particella a fare un giro completo è $T = 2\pi r/v = 2\pi m/qB$, uguale, per una data particella in un dato campo magnetico, per qualsiasi valore della velocità della particella (e quindi del raggio della circonferenza).

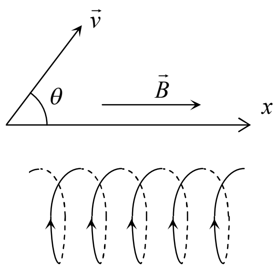

Fig.2

Terza eventualità, intermedia tra le due precedenti: la retta lungo la quale procede la particella forma con l'asse x un angolo acuto θ (fig. 2). Pertanto $\vec{v}$ ammette sia un componente parallelo a x, di modulo

[1] Si ricordi che, per convenzione, la direzione di una corrente elettrica è quella delle cariche mobili positive, in mancanza delle quali (come nel caso dei conduttori metallici, per i quali una corrente elettrica è costituita da un flusso di elettroni) la direzione della corrente è opposta a quella delle cariche mobili negative.

$v\cos\theta$, che un componente ortogonale a x, di modulo $v\,\mathrm{sen}\theta$. Per quanto visto in precedenza, il primo dei due non subisce nel campo magnetico variazione alcuna, mentre il secondo dà luogo a un moto circolare uniforme. Il moto della particella nel campo è quindi la sovrapposizione di un moto uniforme con velocità $v\cos\theta$ in direzione x con un moto uniforme con velocità $v\,\mathrm{sen}\theta$ lungo una circonferenza di raggio $mv\,\mathrm{sen}\theta\,/qB$ posta in un piano ortogonale a x. Ne risulta (fig. 2) un moto uniforme con velocità v lungo una spirale cilindrica avente asse parallelo a x. Si noti che la particella gira attorno alle linee del campo $\vec{B}$ in senso tale da produrre un campo magnetico *controverso* a $\vec{B}$ (nella figura si è supposto che la particella avesse carica positiva).[2]

Supponiamo da ultimo che la struttura del campo sia tale per cui la particella viene a un certo punto a trovarsi in una regione in cui le linee di campo, anziché mantenersi parallele, convergono addensandosi attorno all'asse x della spirale (fig. 3). In tale regione la forza magnetica sulla particella (sempre ortogonale a $\vec{B}$) presenta un componente x controverso all'asse x, per cui la velocità della particella in direzione x diminuisce (la velocità complessiva resta ovviamente invariata), e può arrivare ad annullarsi e a cambiare direzione: la particella viene in tal caso 'riflessa' all'indietro. Se anche il moto nella direzione opposta a x viene a un certo punto analogamente frenato e riflesso, la particella continua ad andare avanti e indietro risultando 'intrappolata' tra le linee del campo magnetico. A tale circostanza si ricollega la possibilità (almeno teorica) di costruire «bottiglie magnetiche» capaci di intrappolare particelle cariche, e l'idea del *confinamento magnetico* del plasma nei reattori nucleari a fusione.[3]

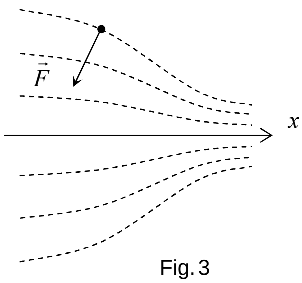

Fig. 3

6.4.3 Tubo a raggi catodici

1. È un tubo di vetro atto allo studio delle deflessioni subite da un fascio di elettroni per effetto di un campo elettrico e un campo magnetico sovrapposti. Gli elettroni emessi a un'estremità del tubo da un filamento metallico ('catodo') reso incandescente dal passaggio di corrente elettrica, vengono richiamati verso l'estremità opposta – in condizioni di vuoto spinto, così da renderne poco probabile l'urto contro le residue molecole

---

[2] Il *passo* della spirale corrisponde allo spostamento subito dalla particella in direzione x nel tempo T impiegato a fare un giro attorno all'asse della spirale. Perciò il passo è $p = (v\cos\theta)T$, con $T = 2\pi r\,/(v\,\mathrm{sen}\theta) = 2\pi m/qB$.

[3] Il «plasma» è un gas completamente ionizzato, costituito da atomi che hanno perso gli elettroni più esterni e da elettroni liberi. Allo stato di plasma si trova, per effetto dell'alta temperatura (oltre 100 milioni di kelvin) il miscuglio deuterio - trizio che funge da combustibile in un reattore a fusione: a tali temperature le velocità dei nuclei di deuterio (1 protone + 1 neutrone) e di trizio (1 protone + 2 neutroni) sono tali da poter portare al superamento della reciproca repulsione elettrostatica e alla fusione dei due nuclei in un unico nucleo di elio (con perdita di massa e produzione di grandi quantità di energia cinetica).

d'aria – da un campo elettrico diretto verso il filamento, localizzato tra il filamento e una piastra di collimazione che lascia passare, attraverso un'apposita feritoia, solo gli elettroni che viaggiano in direzione assiale. Il fascio di elettroni così 'collimato' (reso cioè poco divergente) attraversa una zona – posta tra due placchette metalliche tra le quali è mantenuta una opportuna differenza di potenziale – dove subisce gli effetti di un campo elettrico e di un campo magnetico perpendicolari alla direzione di propagazione del fascio e tra loro 'incrociati', vale a dire perpendicolari uno all'altro: i due campi sono diretti in modo tale da agire sugli elettroni in direzioni opposte (forza elettrica diretta in senso opposto alla forza magnetica).

2. Se, ad esempio, la velocità degli elettroni è orizzontale verso Est e il campo elettrico $\vec{E}$ è diretto verticalmente verso il basso, in modo tale che la forza elettrica $\vec{F}_e = q\vec{E}$ sugli elettroni è diretta verso l'alto, il campo magnetico $\vec{B}$ deve essere diretto orizzontalmente verso Nord: in tal modo, come è immediato verificare, la forza magnetica $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ è diretta verticalmente, e precisamente è diretta verso il basso, così da formare una terna destra col vettore $q\vec{v}$ (diretto in senso opposto alla velocità $\vec{v}$ del fascio per il fatto che gli elettroni sono negativi) e col vettore $\vec{B}$. Così, se il modulo qE della forza elettrica è uguale al modulo qvB della forza magnetica, la forza complessiva è zero e gli elettroni escono indisturbati dai due campi e vanno a colpire lo schermo fluorescente che si trova, nel nostro esempio, all'estremità Est del tubo, producendo sullo schermo un puntino luminoso nel punto di impatto. Se invece una delle due forze prevale sull'altra, il fascio di elettroni viene deflesso in un senso o nel senso opposto, e quindi il puntino luminoso sullo schermo risulta spostato verso l'alto o verso il basso.

3. Tale dispositivo può servire, come verrà subito chiarito, alla determinazione del valore del rapporto q/m tra la carica e la massa dell'elettrone[4].

Si noti innanzitutto che dalla misura dello spostamento subito, sullo schermo, dal puntino luminoso rispetto alla posizione 'neutra' (quella dove il puntino si trova quando i due campi sono spenti, o quando si neutralizzano a vicenda) si può risalire, conoscendo la geometria del sistema, allo spostamento y^* del fascio all'uscita della zona di deflessione (la zona tra le due placchette metalliche in cui gli elettroni sono soggetti alla forza elettrica e alla forza magnetica).

Supponiamo per il momento che agisca solo il campo elettrico. Se $\vec{v}_x$ è la velocità con cui gli elettroni entrano nella zona di deflessione e L è la lunghezza di tale zona nella direzione di $\vec{v}_x$, il tempo necessario all'attraversamento del campo elettrico da parte di elettrone è

[A] $$T = L/v_x .$$

Parallelamente al campo elettrico l'equazione oraria del moto di un elettrone è

[B] $$y = \frac{at^2}{2} = \frac{F_e t^2}{2m} = \frac{qEt^2}{2m} .$$

[4] Tale determinazione fu eseguita per la prima volta da Joseph John Thomson (considerato lo scopritore dell'elettrone) nel 1897.

Se, nella [B], diamo al tempo t il valore T definito nella [A], otteniamo che lo spostamento y^* prodotto dal solo campo elettrico è:

[C] $$y^* = \frac{qEL^2}{2mv_x^2}$$

e quindi

[D] $$q/m = \frac{2y^* v_x^2}{EL^2}.$$

In tale espressione, y^* può essere dedotto dalla misura dello spostamento subìto dal puntino luminoso sullo schermo, e la velocità v_x può essere ricavata dal valore dell'energia cinetica acquisita da un elettrone nello spazio compreso dal catodo emettitore alla feritoia di collimazione per effetto del lavoro compiuto dal campo elettrico ivi localizzato.

Ma per determinare v_x possiamo anche procedere in altro modo. Applichiamo, oltre al campo elettrico, anche un campo magnetico, e regoliamo il valore di $\vec{B}$ in modo che sia $E = v_x B$. In tal modo la forza elettrica qE e la forza magnetica $qv_x B$ si neutralizzano a vicenda e il puntino luminoso sullo schermo ritorna nella posizione in cui si trova quando i due campi sono spenti. A questo punto nella [D] è $v_x = E/B$, e quindi

[E] $$q/m = \frac{2y^* E}{B^2 L^2}.$$