4.6 Cinematica relativa

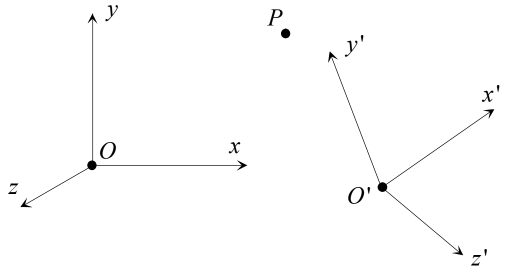

Fig. 30 – *Il riferimento K e il riferimento K'*

1. Se in due riferimenti cartesiani K e K' (fig. 30), in movimento l'uno rispetto all'altro, viene osservato il moto di un punto P, è chiaro che nei due riferimenti il giudizio sugli spostamenti subiti da P, sulla forma della sua traiettoria, sulla sua velocità, sulla sua accelerazione saranno in generale diversi. Supponiamo ad esempio che, rispetto a K, K' si muova di moto traslatorio (senza cioè che i suoi assi cambino mai direzione), rettilineo e uniforme in una data direzione con velocità $\vec{V}$: in tal caso, un punto che in K' risulta immobile si muoverà invece, rispetto a K, di moto rettilineo uniforme con velocità $\vec{V}$. Se un sasso viene lasciato cadere da un carrello che rispetto al terreno si muove orizzontalmente in linea retta con velocità costante (di piccolo valore, così l'aria produce effetti trascurabili), la traiettoria del sasso è una retta verticale nel giudizio di un osservatore K' che si muove assieme al carrello, una parabola ad asse verticale – col vertice nel punto in cui la caduta ha inizio – nel giudizio di un osservatore K fermo sul terreno (qui e nel seguito il termine 'osservatore' e il termine 'riferimento' verranno considerati equivalenti).

In pratica è spesso comodo parlare – in modo, sia chiaro, puramente convenzionale – di *osservatore fisso* e di *osservatore mobile*, e corrispondentemente di *velocità assoluta* (quella valutata dall'osservatore fisso) e di *velocità relativa* (valutata dall'osservatore mobile).

2. Si chiama **velocità di trascinamento** ($\vec{v}_{\text{tr}}$) la velocità che il punto P avrebbe in K se fosse rigidamente collegato al riferimento K' (e quindi in K' risultasse immobile). L'espressione più generale della velocità di trascinamento è

[A] $\qquad \vec{v}_{\text{tr}} = \vec{v}(O') + \vec{\omega} \times \vec{r}\,'$

dove $\vec{\omega}$ è la velocità dell'eventuale moto di rotazione della terna cartesiana mobile rispetto al riferimento fisso, e $\vec{r}\,' = \overrightarrow{O'P}$ definisce la posizione di P nel riferimento mobile. Se infatti P fosse immobile in K', avrebbe in K la velocità $\vec{v}(O')$ che gli compete quando $\omega = 0$ (moto relativo di traslazione) più la velocità $\vec{\omega} \times \vec{r}\,'$ che gli compete quando $\omega \neq 0$ con $\vec{v}(O') = 0$ (moto relativo di rotazione).

3. La relazione tra velocità assoluta $\vec{v}$ e velocità relativa $\vec{v}\,'$ è definita, in Fisica classica, dal *teorema del parallelogrammo delle velocità*:

[B] $\qquad \vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_{\text{tr}}\,.$

Assumendo K come osservatore fisso, la regola 'classica' di composizione delle velocità si esprime in questi termini: *la velocità assoluta è uguale alla velocità relativa più la velocità di trascinamento*.

Dimostreremo tale teorema presupponendo (come in tutta la Fisica classica a partire da Galileo) di poter attribuire a spazio e tempo un carattere oggettivo, assoluto: presupponendo cioè che – a meno ovviamente degli errori di misura – qualsiasi osservatore attribuisca una stessa lunghezza a un dato segmento (per esempio, l'altezza da cui una pietra viene lasciata cadere) e uno stesso valore all'intervallo temporale tra due dati eventi istantanei (ad esempio, il tempo necessario alla caduta della pietra). *Nella Fisica relativistica, spazio e tempo perdono il loro carattere assoluto e conseguentemente anche la legge di composizione delle velocità risulta diversa*[7].

4. Se il punto mobile P (fig. 30) ha, in K e K' rispettivamente, posizione $\vec{r}$ ed $\vec{r}\,'$, risulta manifestamente

$\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}\,' = \overrightarrow{OO'} + x'\vec{u}_{x'} + y'\vec{u}_{y'} + z'\vec{u}_{z'}$. Derivando rispetto al tempo t otteniamo

$$[C] \qquad \vec{v} = \vec{v}(O') + \underbrace{\frac{dx'}{dt}\vec{u}_{x'} + \frac{dy'}{dt}\vec{u}_{y'} + \frac{dz'}{dt}\vec{u}_{z'}}_{\vec{v}\,'} + \underbrace{x'\frac{d\vec{u}_{x'}}{dt} + y'\frac{d\vec{u}_{y'}}{dt} + z'\frac{d\vec{u}_{z'}}{dt}}_{\vec{\omega}\times\vec{r}\,'} .$$

Si osservi che, per il fatto che $dt = dt'$, la somma del secondo, terzo e quarto termine a secondo membro corrisponde alla velocità $\vec{v}\,'$ attribuita a P in K'.
Per il fatto poi che la distanza tra due punti qualsiasi (e quindi la forma di un corpo qualsiasi) è uguale in K e in K', la terna dei versori di K' ruota in K come un sistema rigido, e potremo pertanto scrivere (relazione [G], pag. 103) $d\vec{u}_{x'} / dt = \vec{\omega}\times\vec{u}_{x'}$ e relazioni analoghe per gli altri assi di K'. Allora la somma degli ultimi tre termini della [C] può essere scritta nella forma $\vec{\omega} \times (x'\vec{u}_{x'} + y'\vec{u}_{y'} + z'\vec{u}_{z'}) = \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$, col che la [C] diventa

$$[D] \qquad \vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}(O') + \vec{\omega}\times\vec{r}\,' .$$

Ma $\vec{v}(O') + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$ non è altro (si veda la [A]) che la velocità di trascinamento di P: si ottiene dunque $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_{tr}$, e cioè la relazione [B] che intendevamo dimostrare.

---

7 In relatività, se un osservatore attribuisce lunghezza L_0 a un segmento per lui immobile, un osservatore che vede il segmento procedere con velocità V (diretta parallelamente al segmento) rileva una lunghezza $L = L_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$, dove c è la velocità della luce nel vuoto ($\approx$ 300 000 km/s): più grande è la velocità, minore risulta la lunghezza del segmento ('contrazione relativistica delle lunghezze'): se la velocità tende a c, la lunghezza tende a zero. La composizione di due velocità v_1 e v_2 parallele ed equiverse non dà una velocità risultante $v = v_1 + v_2$ bensì una velocità $(v_1 + v_2) / (1 + v_1 v_2/c^2)$. Si noti che, a norma di tale relazione, la composizione di una velocità c con una qualsiasi altra velocità dà una velocità risultante ancora uguale a c. Il che corrisponde a dire che la velocità della luce nel vuoto è uguale nei due riferimenti.

5. Quando il moto relativo tra i due osservatori è una traslazione rettilinea e uniforme la velocità di trascinamento $\vec{v}_{\text{tr}}$ è costante in direzione e valore, e dunque derivando la $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{\text{tr}}$ rispetto al tempo si trova:

[E] $\quad \vec{a} = \vec{a}'$.

Dunque, se il moto relativo è una traslazione rettilinea e uniforme i due osservatori attribuiscono a un punto mobile spostamenti diversi, velocità diverse, traiettorie diverse, ma uguali accelerazioni. Nel caso ad esempio sopra considerato del sasso lasciato cadere da un carrello che procede in linea retta con velocità costante, sia l'osservatore mobile (solidale col carrello) che l'osservatore fisso (solidale col terreno) attribuiscono al sasso accelerazione zero in direzione orizzontale e accelerazione 9,8 m/s^2 verso il basso in direzione verticale. Analogamente, se un ciclista procede con velocità costante in linea retta, dal punto di vista di un osservatore fermo rispetto al terreno i punti delle ruote hanno *esattamente la stessa accelerazione* (valore e direzione) che viene osservata dal ciclista: l'accelerazione che compete a un moto circolare uniforme.

6. Se, pur non essendo rettilineo o uniforme, il moto relativo tra K e K' è però traslatorio (si consideri ad esempio ancora il carrello in moto rettilineo, ma si immagini questa volta che il valore della velocità sia in aumento o in diminuzione), la relazione tra le accelerazioni è analoga a quella tra le velocità:

[F] $\quad \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{\text{tr}}$

dove $\vec{a}_{\text{tr}}$ rappresenta l'**accelerazione di trascinamento**, vale a dire l'accelerazione che il punto P avrebbe rispetto a K se fosse rigidamente collegato a K' (e avesse quindi in K' velocità zero e accelerazione zero).

7. Se poi il moto relativo tra K e K' non è nemmeno traslatorio (si immagini che il carrello di cui sopra stia percorrendo una curva), la relazione tra le accelerazioni assume (dimostrazione al punto 10) la forma più generale:

[G] $\quad \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{\text{tr}} + 2\vec{\omega}\times\vec{v}'$

dove, al solito, $\vec{\omega}$ è la velocità con cui K' ruota rispetto a K e $\vec{v}'$ è la velocità del punto P rispetto a K'. Il termine $2\vec{\omega}\times\vec{v}'$ si chiama **accelerazione complementare**, o anche **accelerazione di Coriolis**. Si noti attentamente che, anche nella [G] come in tutte le altre formule di questo paragrafo, i simboli affetti da apice rappresentano grandezze misurate nel riferimento mobile K', gli altri invece rappresentano grandezze misurate nel riferimento fisso K.

8. Derivando rispetto al tempo la relazione $\vec{v}_{\text{tr}} = \vec{v}(O') + \vec{\omega}\times\vec{r}'$, e tenuto presente che la derivata temporale di $\vec{r}'$ rappresenta la velocità che a P compete in K nel moto di trascinamento quando il movimento di K' rispetto a K è una rotazione con velocità angolare ω, otteniamo

[H] $\quad \vec{a}_{\text{tr}} = \vec{a}(O') + \vec{\alpha}\times\vec{r}' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')$.

Il secondo e terzo termine a secondo membro rappresentano rispettivamente l'accelerazione tangenziale e l'accelerazione centripeta che P possiede in K nel moto di trascinamento quando in K l'accelerazione di O' è zero (moto rettilineo e uniforme).

9. Chiaramente, l'accelerazione $2\vec{\omega}\times\vec{v}\,'$ di Coriolis risulta nulla in tre casi:
- quando il moto relativo tra K e K' è un moto di traslazione ($\omega = 0$)
- quando la velocità v' del punto mobile P in K' è zero
- quando la velocità $\vec{v}\,'$ del punto mobile in K' è parallela alla velocità angolare $\vec{\omega}$ di K'.

Ad esempio: per l'osservatore che vede la Terra girare su sé stessa in 24 ore attorno all'asse polare, l'accelerazione di un punto immobile sulla superficie terrestre ($v' =$ $= 0$) è solo l'accelerazione di trascinamento. Lo stesso varrebbe per un punto che rispetto alla Terra si muovesse con velocità $\vec{v}\,'$ parallela all'asse polare.

10. Per dimostrare la validità della [G] mostreremo innanzi tutto che risulta:
[1] $\mathrm{d}\vec{v}\,'/\mathrm{d}t = \vec{a}\,' + \vec{\omega}\times\vec{v}\,'$ (dunque la derivata temporale della velocità relativa *non coincide*, in generale, con l'accelerazione relativa);
[2] $\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{tr}}/\mathrm{d}t = \vec{a}_{\mathrm{tr}} + \vec{\omega}\times\vec{v}\,'$ (dunque la derivata temporale della velocità di trascinamento *non coincide*, in generale, con l'accelerazione di trascinamento).

È chiaro che, se la [1] e la [2] sono verificate, dalla $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_{\mathrm{tr}}$ (relazione [B]) segue subito la [G].

Ci serviranno le relazioni seguenti:
- (a) $\vec{v}\,' = (\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{x'} + (\mathrm{d}y'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{y'} + (\mathrm{d}z'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{z'}$
- (b) $\vec{v}_{\mathrm{tr}} = \vec{v}(O') + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$ (dunque $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}(O') + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$)
- (c) $\vec{a}\,' = (\mathrm{d}^2x'/\mathrm{d}t^2)\,\vec{u}_{x'} + (\mathrm{d}^2y'/\mathrm{d}t^2)\,\vec{u}_{y'} + (\mathrm{d}^2z'/\mathrm{d}t^2)\,\vec{u}_{z'}$
- (d) $\vec{a}_{\mathrm{tr}} = \vec{a}(O') + \vec{\alpha}\times\vec{r}\,' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')$
- (e) $(\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t)(\mathrm{d}\vec{u}_{x'}/\mathrm{d}t) = (\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t)\,\vec{\omega}\times\vec{u}_{x'} = \vec{\omega}\times(\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{x'}$ (risulta infatti $\mathrm{d}\vec{u}_{x'}/\mathrm{d}t =$ $= \vec{\omega}\times\vec{u}_{x'}$).

Dimostriamo allora la [1]. Per la (a), è
$\mathrm{d}\vec{v}\,'/\mathrm{d}t = (\mathrm{d}^2x'/\mathrm{d}t^2)\vec{u}_{x'} + (\mathrm{d}^2y'/\mathrm{d}t^2)\vec{u}_{y'} + (\mathrm{d}^2z'/\mathrm{d}t^2)\vec{u}_{z'} +$
$+ (\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t)\,\mathrm{d}\vec{u}_{x'}/\mathrm{d}t + (\mathrm{d}y'/\mathrm{d}t)\,\mathrm{d}\vec{u}_{y'}/\mathrm{d}t + (\mathrm{d}z'/\mathrm{d}t)\,\mathrm{d}\vec{u}_{z'}/\mathrm{d}t.$ La somma dei primi tre termini a secondo membro rappresenta, per la (c), l'accelerazione relativa $\vec{a}\,'$. La somma degli altri tre termini si può scrivere, per la (e), nella forma
$\vec{\omega}\times[(\mathrm{d}x'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{x'} + (\mathrm{d}y'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{y'} + (\mathrm{d}z'/\mathrm{d}t)\vec{u}_{z'}] = \vec{\omega}\times\vec{v}\,'$. In definitiva,
$\mathrm{d}\vec{v}\,'/\mathrm{d}t = \vec{a}\,' + \vec{\omega}\times\vec{v}\,'$, come volevamo dimostrare.

Dimostriamo poi la [2]. Derivando rispetto al tempo la (b), tenuto conto che

$\vec{r}\,' = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OO'}$, che $\mathrm{d}(\overrightarrow{OP})/\mathrm{d}t = \vec{v}$ e che $\mathrm{d}(\overrightarrow{OO'})/\mathrm{d}t = \vec{v}(O')$ otteniamo $\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{tr}}/\mathrm{d}t = \vec{a}(O') + \alpha\times\vec{r}\,' + \vec{\omega}\times[\vec{v} - v(O')]$, relazione che, per il fatto che dalla $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}(O') + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$ si trae $\vec{v} - \vec{v}(O') = \vec{v}\,' + \vec{\omega}\times\vec{r}\,'$, possiamo riscrivere così: $\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{tr}}/\mathrm{d}t = \vec{a}(O') + \alpha\times\vec{r}\,' + \vec{\omega}\times\vec{v}\,' + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}\,')$; per la (*d*), infine, tale relazione diventa $\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{tr}}/\mathrm{d}t = \vec{a}_{\mathrm{tr}} + \vec{\omega}\times\vec{v}\,'$, come volevamo dimostrare.

ESERCIZI APPLICATIVI E DI CONTROLLO

39 Per quale motivo, quando siamo in macchina, sembra che piova tanto più forte quanto più grande è la velocità della macchina?

40 Supponiamo che nel riferimento K il moto del riferimento K' risulti traslatorio, rettilineo e uniforme: in tal caso, se in K si considera rettilineo e uniforme il moto di un punto, anche in K' si esprime lo stesso giudizio (*vero*/*falso*).

41 L'intero sistema rappresentato in fig. 31 (carrucola + due blocchi collegati tramite un filo inestensibile che scivola nella gola della carrucola) è in movimento in direzione verticale. Si dimostri che la velocità $\vec{v}$ e l'accelerazione $\vec{a}$ della carrucola sono la media aritmetica delle velocità e delle accelerazioni dei due blocchi. Si chiarisca se lo stesso risultato vale anche per i moduli dei vettori velocità e accelerazione.

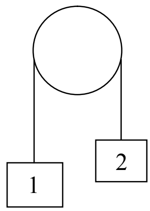

Fig. 31

42 Su un ascensore in caduta libera, un uomo lancia una pallina verso l'alto: che moto osserva prima e dopo l'urto contro il soffitto? Che moto osserverebbe se la direzione di lancio non fosse verticale?

43 Un aeroplano si muove con velocità 500 km/h in direzione Est in completa assenza di vento.

(*a*) Quale sarebbe la velocità dell'aeroplano se tirasse vento con velocità 90 km/h in direzione Nord?

(*b*) In quale direzione dovrebbe puntare l'aeroplano se volesse spostarsi, nonostante il vento, in direzione Est? Quale sarebbe in tal caso la sua velocità?

44 Una barca si sposta alla velocità di 4 km/h rispetto all'acqua. Supponiamo che la barca debba attraversare un fiume largo 4 km, con una corrente che viaggia alla velocità di 2 km/h.

(*a*) In quale direzione occorrerà dirigere la barca se si vuole che raggiunga il punto opposto a quello di partenza?

(*b*) Quanto tempo occorrerà in tal caso per l'attraversamento del fiume?

(*c*) Se si volesse attraversare il fiume nel più breve tempo possibile, in quale direzione bisognerebbe dirigere la barca?

(*d*) Quanto tempo sarebbe necessario per compiere un tragitto di 12 km nel senso della corrente, per poi tornare al punto di partenza?

45 Una barca attraversa un fiume, che scorre in direzione x, puntando verso la riva opposta. Nella direzione di attraversamento (direzione y) il motore assicura alla barca una velocità costante $v_y = 3\ \mathrm{m/s}$, ma la barca viene anche trascinata dalla corrente. Sapendo che il fiume è largo $L = 280\ \mathrm{m}$ e che a distanza y dalla riva la velocità dell'acqua è $v_x = (Ly - y^2)/(2{,}5 \times 10^3\ \mathrm{m{\cdot}s})$, si trovi di quanto la barca viene complessivamente spostata in direzione x.

46 Si spieghi che giudizio dà un osservatore, posto su una ruota panoramica in rotazione con velocità angolare ω, sull'accelerazione di un corpo C soggetto solo alla forza peso.

47 L'osservatore K' è seduto a un tavolo circolare di raggio R che, posto come K' su una piattaforma mobile, ruota con velocità angolare costante attorno al proprio asse geometrico. Nel preciso istante in cui viene a trovarsi a Sud dell'asse di rotazione, K' fa partire un disco a cuscino d'aria che scivola poi senza attrito lungo il tavolo attraversandolo in direzione Sud $\rightarrow$ Nord. In quale direzione è stato lanciato il disco? Quale velocità gli deve imprimere K' se, dopo aver compiuto mezzo giro, vuole ritrovarselo tra le mani? Come si presenta il tal caso la traiettoria del disco nel giudizio di K'? Che cosa si può dire circa il giudizio dato da K' sulla velocità del disco?

48 Una pallina si stacca dalla sommità di un'asta verticale fissata a un carrello che procede in linea retta. Posto che la presenza di aria risulti ininfluente, si spieghi come viene valutato il moto della pallina nel riferimento K' del carrello e nel riferimento fisso K, considerando sia il caso di moto uniforme del carrello che il caso di moto uniformemente vario.

49 Un punto K oscilla di moto armonico da un estremo all'altro di una barra di lunghezza L con periodo T. A sua volta, la barra ruota con velocità angolare costante $\omega = 2\pi/T$ attorno a un asse perpendicolare alla barra e passante per il suo centro. Si descriva il moto di K con equazioni, e si determinino la velocità e l'accelerazione di K quando si trova al centro della barra.

50 Una piattaforma ruota attorno a un asse verticale z in senso antiorario con velocità angolare costante $\omega = 1{,}2\ \mathrm{rad/s}$. Si spieghi quale giudizio viene dato nel riferimento della piattaforma sulla velocità e sull'accelerazione di un sasso, lasciato cadere da un punto fisso P, nel momento in cui giunge all'altezza della piattaforma. La distanza di P dall'asse z è $d = 5\ \mathrm{m}$, l'altezza di P sulla piattaforma è $H = 11\ \mathrm{m}$.

SOLUZIONI

39 Perché nel riferimento della macchina aumenta il valore di $\vec{v}'_n$ (fig. 32), componente perpendicolare al parabrezza della velocità $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_{tr}$ delle gocce d'acqua rispetto alla macchina ($\vec{v}$ è la velocità delle gocce rispetto al terreno, $\vec{v}_{tr}$ è la velocità che le gocce avrebbero rispetto al terreno se fossero rigidamente collegate alla macchina, quindi è la velocità della macchina). La nostra sensazione di pioggia più o meno forte dipende infatti dal quantitativo più o meno grande di acqua che arriva sul parabrezza a parità di tempo. Nel tempo Δt la massa d'acqua che arriva sul parabrezza (schematizzato come una superficie piana di area S) è $q = M^* S v'_n \Delta t$, avendo indicato con M^* la massa complessiva delle gocce d'acqua contenute nell'unità di volume.

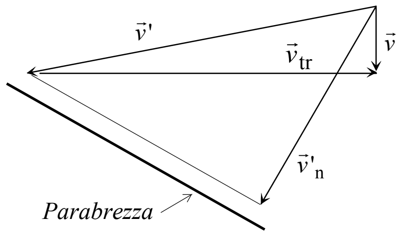

Fig. 32

40 Vero: date le circostanze, K e K' vedono esattamente la stessa accelerazione, essendo zero sia l'accelerazione di trascinamento (il moto di trascinamento è un moto rettilineo uniforme) che l'accelerazione di Coriolis (non c'è rotazione di un riferimento rispetto all'altro): in questo specifico caso, K e K' vedono entrambi accelerazione zero, e cioè un moto rettilineo ed uniforme. Risulta invece *diversa* la velocità (valore e/o direzione) attribuita al punto mobile.

41 Essendo per ipotesi costante la lunghezza del filo, la velocità $\vec{v}'_1$ del blocco 1 rispetto alla carrucola è uguale e contraria alla velocità $\vec{v}'_2$ rispetto alla carrucola del blocco 2. D'altra parte, la velocità assoluta $\vec{v}_1$ del blocco 1 è uguale alla velocità $\vec{v}_C$ della carrucola più la velocità $\vec{v}'_1$ del blocco 1 rispetto alla carrucola: $\vec{v}_1 = \vec{v}_C + \vec{v}'_1$, e analogamente $\vec{v}_2 = \vec{v}_C + \vec{v}'_2$. Sommando e tenendo conto che $\vec{v}'_1 + \vec{v}'_2 = 0$ otteniamo $\vec{v}_C = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)/2$. Di qui, derivando rispetto al tempo, segue $\vec{a}_C = (\vec{a}_1 + \vec{a}_2)/2$. Proiettando tali relazioni vettoriali su un asse verticale y si vede subito che tale «regola della media aritmetica» vale in ogni caso anche per le componenti y delle velocità e delle accelerazioni (mentre vale per i moduli solo se le velocità dei blocchi – o le loro accelerazioni – sono equiverse).

42 L'accelerazione di Coriolis è zero: pertanto anche l'accelerazione relativa (differenza tra accelerazione assoluta e accelerazione di trascinamento, in questo caso uguali entrambe a $\vec{g}$) è zero. Tutto va, nel riferimento dell'ascensore, come se la pallina fosse priva di peso: indipendentemente dalla direzione di lancio, il moto osservato è rettilineo e uniforme, sia prima che dopo l'urto contro il soffitto dell'ascensore.

43 (a) La velocità «assoluta» $\vec{v}$ dell'aeroplano (velocità rispetto al terreno) è uguale (fig. 33) alla sua velocità relativa $\vec{v}\,'$ (velocità rispetto all'aria, 500 km/h in direzione Est, prodotta dai motori e dai timoni di direzione) più la velocità di trascinamento $\vec{v}_{tr}$ (velocità del vento, 90 km/h in direzione Nord): la velocità $\vec{v}$ è quindi rappresentata dall'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti corrispondono a velocità rispettivamente di 500 e di 90 km/h. Ne consegue che è $|\,\vec{v}\,| = \sqrt{500^2 + 90^2}$ km/h = 508 km/h (in direzione E 10°12' N).

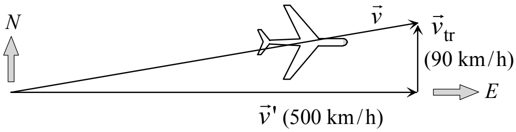

Fig. 33

(b) L'aereo dovrebbe puntare non verso Est, ma (si veda la sagoma dell'aereo in fig. 34) alquanto più a Sud, in modo che la velocità relativa all'aria più la velocità del vento dia una velocità diretta esattamente verso Est: la velocità relativa $\vec{v}\,'$ (500 km/h) è in questo caso l'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente come cateti la velocità del vento (90 km/h) e la velocità assoluta $\vec{v}$. Perciò risulta $|\,\vec{v}\,| = \sqrt{500^2 - 90^2}$ km/h = 492 km/h in direzione Est (la bussola di bordo indica che l'aeroplano viaggia in direzione E 10°22' S).

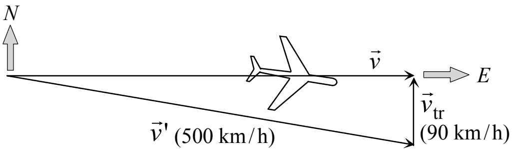

Fig. 34

44 (a) La velocità assoluta $\vec{v}$ (velocità della barca rispetto alla terraferma) deve risultare ortogonale alla velocità della corrente (velocità di trascinamento). Dunque $\vec{v}$, $\vec{v}\,'$ e $\vec{v}_{tr}$ (fig. 35/A) formano un triangolo rettangolo avente come cateti $\vec{v}$ e $\vec{v}_{tr}$.
Avendo la velocità relativa valore doppio (4 km/h) rispetto alla velocità di trascinamento (2 km/h), gli angoli del triangolo sono 30° e 60°: dunque la barca deve puntare in una direzione che forma un angolo di 120° con la direzione della corrente.

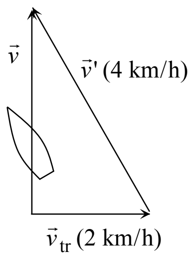

Fig. 35/A

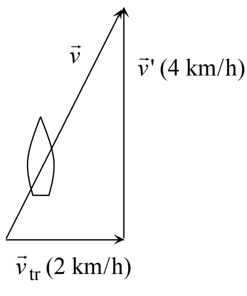

Fig. 35/B

(b) Risulta $|\,\vec{v}\,| = \sqrt{4^2 - 2^2}$ km/h = 3,46 km/h, per cui il tempo di attraversamento è T = 4 km / (3,464 km/h) = 1,154 h (circa $1^{h}\,9^{min}$).