do mancante nel capillare (il liquido che il capillare conterrebbe in più se il livello della superficie libera interna fosse uguale a quello della superficie libera esterna). Per il liquido nel capillare la legge di Stevino vale solo se, come in fig. 20, la profondità h è misurata rispetto alla superficie libera esterna.

7. Per effetto della tensione superficiale, si produce un salto di pressione anche tra l'interno e l'esterno di una goccia di liquido. Sulla metà superiore di una goccia di liquido di raggio R (fig. 21) agiscono infatti verso il basso la forza $p_e \pi R^2$ dovuta alla pressione esterna e la forza $\tau 2\pi R$ dovuta alla tensione superficiale, mentre agisce verso l'alto la forza $p_i \pi R^2$ dovuta alla pressione interna. Se trascuriamo il peso e gli effetti della coesione molecolare all'interno della goccia, l'equilibrio richiede che la forza verso l'alto abbia lo stesso valore della somma delle due forze verso il basso: deve cioè risultare

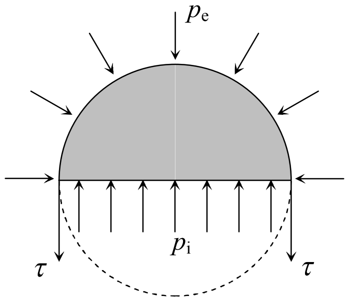

Fig. 21

$p_i \pi R^2 = p_e \pi R^2 + \tau 2\pi R$, da cui

[B] $\quad p_i = p_e + 2\tau / R$.

Per una bolla di sapone (internamente piena d'aria) il salto di pressione tra l'aria esterna e l'aria interna è *il doppio* di quello appena trovato, perché l'effetto della tensione superficiale si manifesta tanto sulla sua superficie esterna quanto sulla superficie interna.

ESERCIZI APPLICATIVI E DI CONTROLLO

1 Si spieghi come si potrebbero determinare valore e direzione della forza agente per effetto della pressione atmosferica sulla superficie laterale di un cono di altezza h e raggio R. Si assuma che la pressione abbia lo stesso valore in tutti i punti della superficie del cono.

2 I recipienti della fig. 22 hanno tutti la stessa area di base. Se uno stesso quantitativo d'acqua viene introdotto in essi,
(*a*) la pressione esercitata dal liquido sulla base del recipiente sarà uguale nei tre casi (*vero*/*falso*);
(*b*) la forza esercitata dal liquido sulla base del recipiente sarà uguale nei tre casi (*vero*/*falso*);
(*c*) la forza esercitata dal liquido sul recipiente sarà uguale nei tre casi (*vero*/*falso*);
(*d*) la forza esercitata dal recipiente sul piano d'appoggio sarà uguale nei tre casi (*vero*/*falso*).

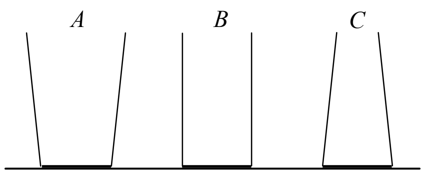

Fig. 22

3 Se nei due recipienti della fig. 23, che hanno la stessa area di base, lo stesso tipo di liquido raggiunge la stessa altezza al di sopra del pistone mobile, la forza che, in condizioni di equilibrio, il pistone esercita sulla molla sottostante è esattamente la stessa (*vero*/*falso*).

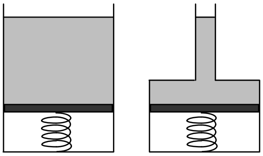

Fig. 23

4 Un corpo K ha peso 4 kg e volume 5 dm^3. Determinare quale frazione del volume risulterà immersa nel caso di galleggiamento su acqua e nel caso di galleggiamento su mercurio (γ = 13,6 g/cm^3).

5 Un cubo d'acciaio (peso specifico γ = 8 g/cm^3) galleggia su mercurio (γ = 13,6 g/cm^3). Quale frazione dell'altezza del cubo è visibile? Sarebbe diversa la risposta se ciò che galleggia fosse una sfera dello stesso materiale? Si trascuri il peso dell'aria.

6 Che rapporto c'è, in un iceberg, tra volume visibile e volume totale? Il peso specifico del ghiaccio è 0,92 g/cm^3, il peso specifico dell'acqua di mare è 1,02 g/cm^3. Si trascuri il peso dell'aria.

7 Una sfera d'acciaio posta in acqua va a fondo, perché il ferro ha peso specifico superiore a quello dell'acqua. Come mai allora una nave d'acciaio galleggia sull'acqua del mare?

8 Se la pressione atmosferica si annullasse, la frazione visibile del volume di un iceberg aumenterebbe (*vero*/*falso*). Si tenga conto del peso dell'aria.

9 Un cubetto di ghiaccio galleggia su acqua in un bicchiere. Che accade del livello dell'acqua, man mano che il ghiaccio fonde?

10 Si consideri un pezzo di ghiaccio che galleggia su acqua: è giusto affermare che il ghiaccio riceve dall'acqua una spinta verso l'alto pari al peso dell'acqua spostata?

11 L'acqua contenuta in un bicchiere sposta un quantitativo d'aria pari al proprio volume: possiamo dire che, per la legge di Archimede, riceve una spinta verso l'alto pari al peso dell'aria spostata?

12 Un recipiente cilindrico contenente acqua è chiuso superiormente da un pistone la cui faccia inferiore, inclinata come in fig. 24, appoggia direttamente sul liquido. Possiamo calcolare la spinta del liquido sul pistone applicando la legge di Archimede?

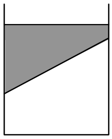

Fig. 24

13 Un mattone viene sottoposto a pesatura. Si chiarisca se la presenza di aria tra il mattone e il piatto della bilancia influenza il risultato della misura.

14 È possibile fare in modo che un cilindro di legno di peso 2 kg galleggi su acqua, se in tutto sono disponibili 150 g d'acqua?

15 Un bambino si lascia sfuggire di mano il palloncino nuovo, che subito sale fino al soffitto e lì si ferma alcune ore: fino a che, essendosi ormai sgonfiato, ritorna giù. A questo punto il bambino propone di rigonfiarlo usando la pompa a pedale del canottino di gomma. È una buona idea?

16 Le bollicine di gas che si formano all'interno di un liquido tendono ad assumere una forma sferica, esattamente come le piccole gocce d'acqua. Come mai? Forse anche la superficie limite dei gas, come quella dei liquidi, tende a contrarsi il più possibile?

17 Internamente a una massa liquida in quiete, le molecole adiacenti si attraggono fortemente (*vero*/*falso*).

18 Si consideri la situazione mostrata in fig. 25: sarà possibile, tramite il sifone, riempire completamente il secchio?

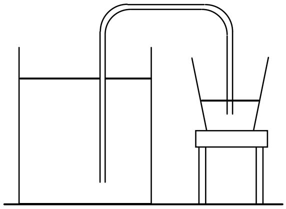
Fig. 25

19 Se vogliamo travasare del liquido da un recipiente ad un altro tramite un sifone, esistono limiti precisi per l'altezza massima del sifone sul livello raggiunto dal liquido nei recipienti collegati (*vero*/*falso*).

20 Un carrello, sul quale è posto un contenitore cilindrico pieno d'acqua, è animato da moto rettilineo uniformemente vario, e conseguentemente il liquido si assesta in una posizione (fig. 26) che resta fissa finché non cambia il valore dell'accelerazione.

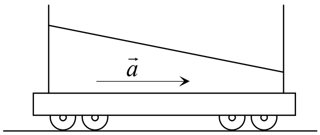

Fig. 26

(*a*) Sarebbe corretto, in tali condizioni, calcolare la pressione in un punto posto sul fondo della vasca con la legge di Stevino?

(*b*) Quale sarebbe la risposta nel caso il cilindro si trovasse su un montacarichi che sta salendo con velocità via via più grande?

(*c*) Quale sarebbe la risposta nel caso il cilindro ruotasse attorno al proprio asse con velocità angolare costante, e conseguentemente il liquido si disponesse nel cilindro nel modo mostrato in fig. 27?

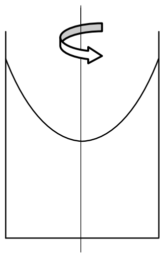
Fig. 27

21 Una sfera di centro O è stata suddivisa in otto settori sferici uguali sezionandola con tre piani mutuamente ortogonali passanti per O. Trascurando le variazioni della pressione con la quota, si determini il valore della forza esercitata dall'aria atmosferica sulla superficie curva che delimita uno di tali settori.

22 Un recipiente è suddiviso in due scomparti uguali, A e B, da una parete divisoria (fig. 28). La parte A contiene un liquido di peso specifico 0,8 g/cm^3 fino a un'altezza di 30 cm, la parte B contiene un liquido di peso specifico 2,4 g/cm^3 fino a un'altezza di 50 cm. Posto che i due liquidi non siano miscibili, come varieranno i due livelli se la parete divisoria viene leggermente sollevata?

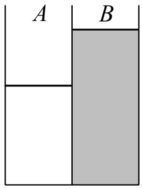

Fig. 28

23 (a) Si spieghi come si può calcolare la spinta esercitata dall'acqua sulla parete di una piscina.

(b) Quale sarebbe la spinta dell'acqua su una parete piana avente inclinazione φ rispetto al piano verticale?

(c) Quale sarebbe invece la spinta su una parete avente la forma di un semicilindro ad asse verticale?

24 Una sfera d'acciaio galleggia su mercurio. Che cosa accade della posizione della sfera, se si versa acqua sul mercurio?

25 Una zattera carica di ghiaia galleggia sull'acqua contenuta in una grande vasca. Che accadrebbe del livello dell'acqua, se la ghiaia venisse scaricata in acqua?

26 Un contenitore cilindrico di peso $1\,\text{kg}$, di raggio $r = 10\,\text{cm}$ e altezza $h = 30\,\text{cm}$, con pareti di spessore trascurabile, ermeticamente chiuso, contiene aria a pressione atmosferica ($10^5\,\text{Pa}$). Si trovi a quale profondità si porta il cilindro, completamente immerso in acqua (fig.29) e spinto verso il basso da una forza $\vec{F}$ di $7\,\text{kg}$, quando l'apertura di una valvola sul fondo del cilindro permette all'acqua di penetrare all'interno. Si assuma che la pressione dell'aria contenuta nel cilindro sia inversamente proporzionale al suo volume.

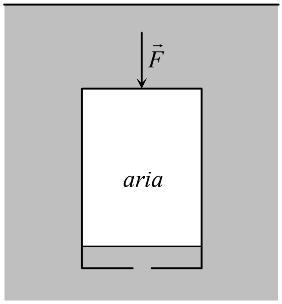

Fig. 29

27 Un cilindro omogeneo ad asse orizzontale è disposto lungo la parete piana e verticale di un recipiente, in modo che esattamente mezzo cilindro sporga verso l'interno del recipiente (fig. 30). Supponiamo che il cilindro possa ruotare attorno al proprio asse geometrico, e che il recipiente venga riempito d'acqua: possiamo aspettarci che, per effetto della spinta idrostatica esercitata sul cilindro dall'acqua, il cilindro entri in rotazione? Se la risposta è sì, abbiamo inventato il moto perpetuo.

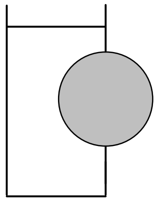

Fig. 30

28 La densità ρ di un liquido in quiete varia con la profondità y secondo la relazione $\rho = \rho_0\, e^{y/2}$. Si esprima la pressione in funzione della profondità.

SOLUZIONI

1 Assumere che la pressione abbia uguale valore in tutti i punti della superficie del cono, indipendentemente dalla quota, corrisponde a considerare trascurabile il peso dell'aria spostata dal cono: in tal caso, la forza esercitata dall'aria sulla superficie complessiva del cono è zero. La forza sulla superficie laterale del cono è quindi uguale in modulo e contraria in direzione a quella che viene esercitata sulla base del cono: è parallela all'asse del cono, è diretta dal vertice verso la base e ha modulo pA, dove p è la pressione atmosferica e $A = \pi R^2$ è l'area della base del cono: l'altezza del cono è quindi ininfluente. In generale, la spinta atmosferica su una qualsivoglia superficie tridimensionale delimitata da una linea piana L è uguale al prodotto della pressione per l'area della figura piana delimitata da L. Così, ad esempio, la spinta atmosferica su un guscio semisferico è uguale al prodotto della pressione per l'area del cerchio che delimita il guscio.

2 (*a*) Falso. La pressione sul fondo è tanto più grande quanto maggiore è l'altezza raggiunta dal liquido nel recipiente: è quindi massima nel caso C e minima nel caso A.

(*b*) Falso: la forza è uguale al prodotto dell'area di base (la stessa per i tre recipienti) per la pressione (diversa per ogni recipiente).

(*c*) Falso. In ogni recipiente il liquido è in equilibrio sotto l'azione di tre forze: il peso (uguale per ipotesi nei tre casi), la forza verso il basso dovuta alla pressione atmosferica (maggiore nel caso A, data la maggior estensione della superficie libera), e la forza verso l'alto proveniente dal recipiente. Tale forza dovrà essere maggiore nel caso A, e quindi reciprocamente (legge di azione e reazione) nel caso A sarà maggiore la forza del liquido sul recipiente.

(*d*) Vero. Il sistema recipiente + liquido è in equilibrio sotto l'azione del peso, della spinta di Archimede e della forza proveniente dal piano d'appoggio. Se assumiamo che i tre contenitori spostino lo stesso volume d'aria e abbiano lo stesso peso, le prime due forze, e conseguentemente la terza, sono uguali, e se è uguale nei tre casi la forza esercitata dal piano d'appoggio è anche uguale (legge di azione e reazione) la forza ad esso applicata.

3 Vero, essendo uguale per i due contenitori (legge di Stevino) la forza esercitata dal liquido sul pistone mobile (stessa pressione su una stessa area). Il paradosso si piega col fatto che nel recipiente a destra, contenente un minor quantitativo di liquido, agisce in compenso sul liquido verso il basso una forza supplementare proveniente dalla parete orizzontale superiore del recipiente.

4 Per galleggiare, K deve spostare 4 kg di liquido, corrispondenti a 4 dm^3 d'acqua e a un volume 13,6 volte inferiore di mercurio (che ha peso specifico 13,6 volte superiore). Il volume immerso V_i è perciò 4 dm^3 nel caso dell'acqua e (4/13,6) dm^3 nel caso del mercurio. Essendo 5 dm^3 il volume totale V_t, il rapporto V_i/V_t vale 4/5 (l'80 %) quando K galleggia su acqua, mentre vale $4/(5\times13{,}6) = 0{,}0588$ (un po' meno del 6 %) nel caso di galleggiamento su mercurio.