13. Quinta applicazione: profili alari. Il fatto che, come indicato dalla legge di Bernoulli (forma [B], pag. 427), a velocità maggiore corrisponde necessariamente (quando le variazioni di energia potenziale gravitazionale per unità di volume non sono significative) pressione minore, trova applicazione nel fenomeno della **portanza** (o nel fenomeno reciproco della *deportanza*). Se, per qualche ragione, la corrente fluida che investe un ostacolo passa con maggior velocità al disopra del-

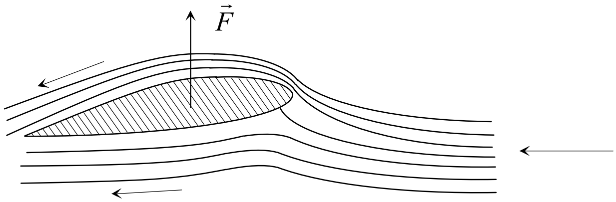

Fig. 11 – *La circolazione dell'aria attorno all'ala di un aeroplano. Sopra l'ala le linee di corrente si addensano: le sezioni di passaggio si restringono, la velocità aumenta, la pressione diminuisce. Sotto l'ala la pressione resta invece praticamente invariata. Ne deriva la spinta* $\vec{F}$.

l'ostacolo che al disotto, sopra l'ostacolo la pressione è minore che sotto, e ne deriva (fig. 11) una forza che agisce sull'ostacolo verso l'alto. È quanto si verifica attorno alle ali degli aerei, in funzione sia del profilo alare (cioè della particolare sagoma che viene data alla sezione trasversale dell'ala) che dell'inclinazione. Nelle macchine da corsa si cerca di ottenere l'effetto opposto: una spinta verso il basso (con conseguente aumento delle forze di attrito radente tra gomme e terreno, e quindi con aumento della tenuta di strada) dovuta al fatto che l'aria passa sotto la macchina con velocità maggiore che sopra.

14. Un effetto analogo di spinta, ma in direzione anche orizzontale, viene ottenuto quando si lancia una palla da tennis, o un pallone da calcio, imprimendo al contempo una rotazione (*effetto Magnus*): dato che la palla tende a trascinare nel proprio moto rotatorio un po' di aria, da un lato tale velocità di trascinamento si somma alla velocità dell'aria (rispetto alla palla), dal lato opposto si sottrae. In definitiva l'aria lambisce la palla con maggior velocità da una parte che dalla parte opposta, e ne deriva una differenza di pressione e quindi una spinta nella direzione che porta dalla pressione più elevata (velocità più bassa) alla pressione meno elevata (velocità più elevata).

16.3 Viscosità

1. La viscosità di un fluido è misurata dal valore del suo **coefficiente di viscosità** η (lettera *eta* dell'alfabeto greco). La definizione di η fa riferimento a un moto per lamine piane e parallele che scivolano l'una sull'altra in modo tale che, nella direzione della perpendicolare y alla direzione del moto (fig. 12), la velocità del

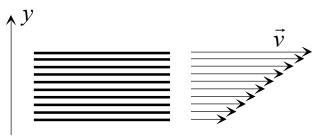

Fig. 12 – *Un pacco di «lamine di fluido» in movimento con le rispettive velocità.*

fluido (costante nel tempo per ogni lamina) risulta funzione crescente di y. La forza che, per effetto della viscosità, agisce tangenzialmente su una porzione di lamina di area A (nel senso del moto, in fig.10, sulla faccia superiore, in senso contrario sulla faccia inferiore) è

[A] $$F = \eta A \left| \mathrm{d}v/\mathrm{d}y \right|$$

dove $\mathrm{d}v/\mathrm{d}y$ («gradiente di velocità») esprime la rapidità di variazione della velocità in direzione y. La regola si può enunciare così: in un moto regolare per lamine piane e parallele, la forza di attrito viscoso per unità di area è proporzionale secondo η al gradiente di velocità[9].

2. Si vede che, per uno stesso coefficiente di viscosità, le forze di attrito viscoso sono proporzionali alla rapidità con cui la velocità varia perpendicolarmente alla direzione del moto: in altre parole, più rapidamente un fluido si deforma, più forti sono, a parità di ogni altra condizione, gli attriti viscosi. Per velocità di deformazione zero (fluido in equilibrio oppure in moto rigido, come per esempio accade per l'acqua contenuta in un bicchiere che ruota con velocità angolare costante attorno a un asse verticale) la viscosità *non* si manifesta: in ogni punto del fluido, su ogni elemento di superficie, reale o immaginario, le forze sono quindi sicuramente perpendicolari alla superficie. La stessa conclusione vale per ipotetici fluidi a coefficiente di viscosità zero, comunque si muovano.

3. Il coefficiente η di viscosità ha le dimensioni di una forza su un'area (dunque di una pressione) per un tempo. L'unità internazionale, il $\mathrm{Pa \cdot s}$, non è molto usata. Si usano invece correntemente il **poise** (simbolo P, unità CGS) e il **centipoise** (simbolo cP), rispettivamente dieci e mille volte più piccoli dell'unità internazionale. Dalla tabella 1 si può notare che la viscosità dei liquidi diminuisce (mentre quella dei gas aumenta) al crescere della temperatura. Si noti anche l'elevatissimo valore di viscosità della glicerina.

FLUIDO	η (cP)
acqua a 0 °C	1,8
acqua a 20 °C	1,00
acqua a 60 °C	0,65
acqua a 100 °C	0,28
sangue a 37 °C	4,0
aria a 0 °C	0,017
aria a 100 °C	0,022
glicerina a 0 °C	1×10^4
glicerina a 20 °C	$1{,}4 \times 10^3$
olio per motori a 0 °C	110
olio per motori a 20 °C	30
mercurio a 20 °C	15,5

Tabella 1 – *Viscosità di alcuni fluidi*

4. L'esperienza mostra che, a differenza di quanto accade per l'attrito tra corpi solidi, la viscosità di un fluido risulta del tutto *indipendente*

[9] Non sempre si può parlare di *proporzionalità*, perché per alcuni fluidi η non è costante, ma varia col gradiente di velocità: ciò si verifica spesso nel caso di fluidi non omogenei, come le *emulsioni* (dispersioni di particelle liquide in un liquido) e le *sospensioni* (dispersioni di particelle solide in un liquido). Ad esempio, il sangue è una sospensione: il suo coefficiente di viscosità *diminuisce* se il gradiente di velocità aumenta.

dalla pressione.

5. Tra le diverse formule empiriche che contengono il coefficiente di viscosità (e potrebbero quindi servire a verificarne il valore) hanno particolare interesse pratico la **formula di Stokes**

[B] $F = 6\pi\eta Rv$

dove F è la forza con cui un fluido in quiete contrasta l'avanzamento di una sfera di raggio R in moto con velocità *v di piccolo valore*, e la **formula di Poiseuille**

[C] $q_V = \pi R^4 \Delta p / 8\eta L$

dove q_V è la portata in volume di un liquido in moto regolare lungo un tubo cilindrico orizzontale di raggio R, quando la differenza di pressione tra due sezioni distanti L è Δp.

6. Per un ipotetico fluido non viscoso, la velocità di uno strato di liquido non sarebbe in alcun modo condizionata dalla velocità degli strati adiacenti e la distribuzione della velocità in una sezione trasversale sarebbe a priori del tutto indeterminata. Se invece il fluido è viscoso, a contatto delle pareti si forma sempre un sottile strato di fluido che aderisce alle pareti e resta quindi immobile. Nel caso particolare di moto stazionario in un condotto cilindrico, il moto del fluido può essere descritto come quello di una serie di superfici cilindriche coassiali, di raggio sempre più piccolo, che scivolano una dentro l'altra con velocità via via più grande man mano che ci si avvicina all'asse del condotto: precisamente, la distribuzione delle velocità in una sezione del condotto tende ad assumere, indipendentemente dall'inclinazione del condotto, l'andamento parabolico mostrato in fig. 13[10].

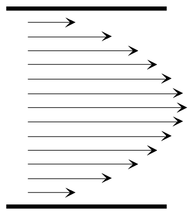

Fig. 13 – *Fluido viscoso, distribuzione della velocità in un condotto cilindrico.*

7. Secondo la formula di Poiseuille, lungo un tubo cilindrico la pressione in un fluido diminuisce, per effetto della viscosità, proporzionalmente alla lunghezza del percorso. Se poi la sezione del condotto si restringe, la pressione diminuisce *anche* per effetto dell'aumento di velocità (legge di Bernoulli). Le fig. 14 e 15 (deflusso di un liquido da un grande serbatoio) mettono a confronto l'andamento delle altezze piezometriche in uno stesso condotto per il caso di un liquido ideale e per il caso di un liquido viscoso.

In accordo alla legge di Bernoulli, nel caso di liquido ideale i piezometri 1 e 2 non segnalano differenze di pressione; lo stesso vale per i piezometri 3 e 4, ma qui

[10] Si dimostra (cfr. domanda 20 a pag. 438) che a distanza r dall'asse del tubo la velocità è $v = \Delta p\,(R^2 - r^2) / 4\eta L$, dove R è il raggio del tubo. A causa di tale distribuzione, agli effetti della portata tutto va come se in tutta la sezione il valore della velocità fosse la metà del valore massimo (ciò corrisponde al fatto che il volume del paraboloide di rotazione è la metà del volume del cilindro circoscritto). Peraltro, la perfetta simmetria della distribuzione rispetto all'asse del condotto (implicitamente assunta nel calcolo) è verificata solo nel caso di condotto verticale.

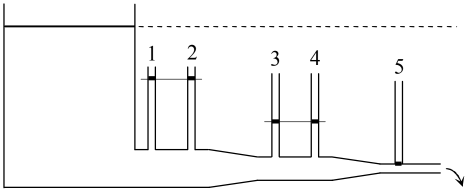

Fig. 14 – *Fluido ideale*

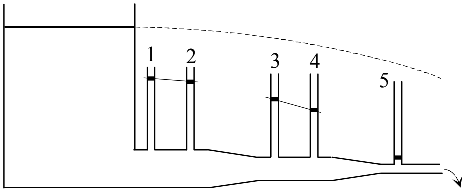

Fig. 15 – *Fluido reale*

la pressione è inferiore alla precedente perché la sezione del condotto è più stretta e la velocità è conseguentemente maggiore. In tutto il tratto finale, all'uscita dal quale il liquido sgorga all'aperto, la pressione è uguale alla pressione esterna: pertanto nel piezometro 5 l'altezza del liquido sul punto di attacco è zero. Nel caso invece di liquido reale, lungo i tratti cilindrici si verifica la caduta di pressione prevista dalla legge di Poiseuille: in particolare, il piezometro 5 segnala una pressione *superiore* alla pressione atmosferica. Si osservi in fig. 13 che i piezometri 3 e 4 sono distanziati tra loro esattamente quanto lo sono i piezometri 1 e 2, tuttavia – in accordo alla legge di Poiseuille – tra il piezometro 3 e il piezometro 4 la caduta di pressione è maggiore perché, a parità di portata, la sezione di passaggio è più stretta.

La linea superiore a tratteggio mostra il livello $y + (p-p_0)/\gamma + v^2/2g$ che verrebbe raggiunto dal liquido in un tubo di Pitot (y è la quota dell'imboccatura inferiore del tubo, p e v sono la pressione e la velocità in tale posizione)

Nota. Il livello nel piezometro 1 è inferiore a quello della superficie libera nel serbatoio perché alla base del piezometro la velocità del liquido è molto più grande di quanto non sia alla stessa altezza nel serbatoio, e quindi (Bernoulli) è inferiore la pressione (praticamente uguale alla pressione idrostatica $p_a + \gamma h$ anche nel serbatoio, dove il valore dell'accelerazione verticale del liquido è trascurabile e vale quindi la legge di Stevino).

16.4 La resistenza del mezzo

1. Il moto di un solido all'interno di un fluido incontra sempre una più o meno grande resistenza, dovuta sia a forze tangenziali d'attrito che a forze di pressione perpendicolari alla superficie del solido. La resistenza d'attrito si ricollega al sottile strato di fluido (lo strato-limite) che si forma a ridosso della superficie del solido e ad essa aderisce[11]: chiaramente, il moto dello strato limite – e dunque del solido – rispetto al fluido circostante trova ostacolo negli attriti interni del mezzo, e cioè nella sua viscosità. La resistenza di pressione si manifesterebbe invece anche in un fluido ideale (non viscoso): è essenzialmente dovuta alle turbolenze che si formano dietro al solido (in corrispondenza della 'scia') e al conseguente squilibrio di pressione (più grande davanti che dietro).

[11] È stato scritto che «il volo non toglie neppure la polvere dalle ali degli aeroplani».

fluido (costante nel tempo per ogni lamina) risulta funzione crescente di y. La forza che, per effetto della viscosità, agisce tangenzialmente su una porzione di lamina di area A (nel senso del moto, in fig.10, sulla faccia superiore, in senso contrario sulla faccia inferiore) è

[A] $F = \eta A \,\mathrm{d}v/\mathrm{d}y$

dove $\mathrm{d}v/\mathrm{d}y$ («gradiente di velocità») esprime la rapidità di variazione della velocità in direzione y. La regola si può enunciare così: in un moto regolare per lamine piane e parallele, la forza di attrito viscoso per unità di area è proporzionale secondo η al gradiente di velocità[9].

2. Si vede che, per uno stesso coefficiente di viscosità, le forze di attrito viscoso sono proporzionali alla rapidità con cui la velocità varia perpendicolarmente alla direzione del moto: in altre parole, più rapidamente un fluido si deforma, più forti sono, a parità di ogni altra condizione, gli attriti viscosi. Per velocità di deformazione zero (fluido in equilibrio oppure in moto rigido, come per esempio accade per l'acqua contenuta in un bicchiere che ruota con velocità angolare costante attorno a un asse verticale) la viscosità *non* si manifesta: in ogni punto del fluido, su ogni elemento di superficie, reale o immaginario, le forze sono quindi sicuramente perpendicolari alla superficie. La stessa conclusione vale per ipotetici fluidi a coefficiente di viscosità zero, comunque si muovano.

3. Il coefficiente η di viscosità ha le dimensioni di una massa diviso una lunghezza e diviso un tempo (cioè anche di una pressione per un tempo). L'unità internazionale, il $\mathrm{kg}/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s})$ (o $\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$), non è molto usata. Si usano invece correntemente il **poise** (simbolo P, unità CGS) e il **centipoise** (simbolo cP), rispettivamente dieci e mille volte più piccoli dell'unità internazionale. Dalla tabella 1 si può notare che la viscosità dei liquidi diminuisce (mentre quella dei gas aumenta) al crescere della temperatura. Si noti anche l'elevatissimo valore di viscosità della glicerina.

FLUIDO	η (cP)
acqua a 0 °C	1,8
acqua a 20 °C	1,00
acqua a 60 °C	0,65
acqua a 100 °C	0,28
sangue a 37 °C	4,0
aria a 0 °C	0,017
aria a 100 °C	0,022
glicerina a 0 °C	1×10^4
glicerina a 20 °C	$1{,}4 \times 10^3$
olio per motori a 0 °C	110
olio per motori a 20 °C	30
mercurio a 20 °C	15,5

Tabella 1 – *Viscosità di alcuni fluidi*

4. L'esperienza mostra che, a differenza di quanto accade per l'attrito tra corpi solidi, la viscosità di un fluido risulta del tutto *indipendente*

9 Non sempre si può parlare di *proporzionalità*, perché per alcuni fluidi η non è costante, ma varia col gradiente di velocità: ciò si verifica spesso nel caso di fluidi non omogenei, come le *emulsioni* (dispersioni di particelle liquide in un liquido) e le *sospensioni* (dispersioni di particelle solide in un liquido). Ad esempio, il sangue è una sospensione: il suo coefficiente di viscosità *diminuisce* se il gradiente di velocità aumenta.

dalla pressione.

5. Tra le diverse formule empiriche che contengono il coefficiente di viscosità (e potrebbero quindi servire a verificarne il valore) hanno particolare interesse pratico la **formula di Stokes**

[B] $F = 6\pi\eta Rv$

dove F è la forza con cui un fluido in quiete contrasta l'avanzamento di una sfera di raggio R in moto con velocità *v di piccolo valore*, e la **formula di Poiseuille**

[C] $q_V = \pi R^4 \Delta p / 8\eta L$

dove q_V è la portata in volume di un liquido in moto regolare lungo un tubo cilindrico orizzontale di raggio R, quando la differenza di pressione tra due sezioni distanti L è Δp.

6. Per un ipotetico fluido non viscoso, la velocità di uno strato di liquido non sarebbe in alcun modo condizionata dalla velocità degli strati adiacenti e la distribuzione della velocità in una sezione trasversale sarebbe a priori del tutto indeterminata. Se invece il fluido è viscoso, a contatto delle pareti si forma sempre un sottile strato di fluido che aderisce alle pareti e resta quindi immobile. Nel caso particolare di moto stazionario in un condotto cilindrico, il moto del fluido può essere descritto come quello di una serie di superfici cilindriche coassiali, di raggio sempre più piccolo, che scivolano una dentro l'altra con velocità via via più grande man mano che ci si avvicina all'asse del condotto: precisamente, la distribuzione delle velocità in una sezione del condotto tende ad assumere, indipendentemente dall'inclinazione del condotto, l'andamento parabolico mostrato in fig. 13[10].

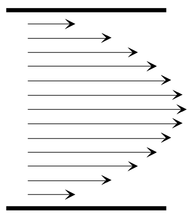

Fig. 13 – *Distribuzione della velocità in un condotto cilindrico*

7. Secondo la formula di Poiseuille, lungo un tubo cilindrico la pressione in un fluido diminuisce, per effetto della viscosità, proporzionalmente alla lunghezza del percorso. Se poi la sezione del condotto si restringe, la pressione diminuisce *anche* per effetto dell'aumento di velocità (legge di Bernoulli). Le fig. 14 e 15 (deflusso di un liquido da un grande serbatoio) mettono a confronto l'andamento delle altezze piezometriche in uno stesso condotto per il caso di un liquido ideale e per il caso di un liquido viscoso.

In accordo alla legge di Bernoulli, nel caso di liquido ideale i piezometri 1 e 2 non segnalano differenze di pressione; lo stesso vale per i piezometri 3 e 4, ma qui

[10] Si dimostra (cfr. domanda 20 a pag. 435) che a distanza r dall'asse del tubo la velocità è $v = \Delta p\,(R^2 - r^2) / 4\eta L$, dove R è il raggio del tubo. A causa di tale distribuzione, agli effetti della portata tutto va come se in tutta la sezione il valore della velocità fosse la metà del valore massimo (ciò corrisponde al fatto che il volume del paraboloide di rotazione è la metà del volume del cilindro circoscritto). Peraltro, la perfetta simmetria della distribuzione rispetto all'asse del condotto (implicitamente assunta nel calcolo) è verificata solo nel caso di condotto verticale.

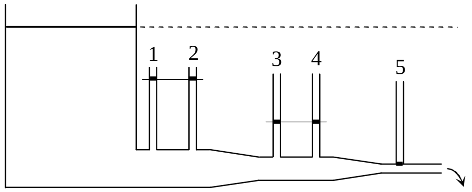

Fig. 14 – *Fluido ideale*

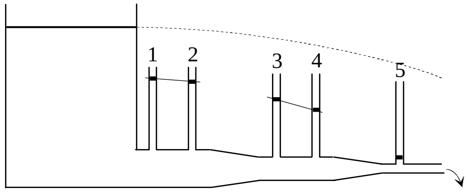

Fig. 15 – *Fluido reale*

la pressione è inferiore alla precedente perché la sezione del condotto è più stretta e la velocità è conseguentemente maggiore. In tutto il tratto finale, all'uscita dal quale il liquido sgorga all'aperto, la pressione è uguale alla pressione esterna: pertanto nel piezometro 5 l'altezza del liquido sul punto di attacco è zero. Nel caso invece di liquido reale, lungo i tratti cilindrici si verifica la caduta di pressione prevista dalla legge di Poiseuille: in particolare, il piezometro 5 segnala una pressione *superiore* alla pressione atmosferica. Si osservi in fig. 13 che i piezometri 3 e 4 sono distanziati tra loro esattamente quanto lo sono i piezometri 1 e 2, tuttavia – in accordo alla legge di Poiseuille – tra il piezometro 3 e il piezometro 4 la caduta di pressione è maggiore perché, a parità di portata, la sezione di passaggio è più stretta.

La linea tratteggiata mostra il livello $y + (p - p_0)/\gamma + v^2/2g$ che verrebbe raggiunto dal liquido in un tubo di Pitot (y è la quota dell'imboccatura inferiore del tubo, p e v sono la pressione e la velocità in tale posizione)

Nota. Il livello nel piezometro 1 è inferiore a quello della superficie libera nel serbatoio perché alla base del piezometro la velocità del liquido è molto più grande di quanto non sia alla stessa altezza nel serbatoio, e quindi (Bernoulli) è inferiore la pressione (praticamente uguale alla pressione idrostatica $p_a + \gamma h$ anche nel serbatoio, dove il valore dell'accelerazione verticale del liquido è trascurabile e vale quindi la legge di Stevino).

16.4 La resistenza del mezzo

1. Il moto di un solido all'interno di un fluido incontra sempre una più o meno grande resistenza, dovuta sia a forze tangenziali d'attrito che a forze di pressione perpendicolari alla superficie del solido. La resistenza d'attrito si ricollega al sottile strato di fluido (lo strato-limite) che si forma a ridosso della superficie del solido e ad essa aderisce[11]: chiaramente, il moto dello strato limite – e dunque del solido – rispetto al fluido circostante trova ostacolo negli attriti interni del mezzo, e cioè nella sua viscosità. La resistenza di pressione si manifesterebbe invece anche in un fluido ideale (non viscoso): è essenzialmente dovuta alle turbolenze che si formano dietro al solido (in corrispondenza della 'scia') e al conseguente squilibrio di pressione (più grande davanti che dietro).

[11] È stato scritto che «il volo non toglie neppure la polvere dalle ali degli aeroplani».

2. Se il fluido è molto viscoso e la velocità relativa tra solido e fluido è piccola, la forza con cui il fluido contrasta il moto del solido si può considerare, nei calcoli di prima approssimazione, proporzionale alla velocità, con un coefficiente di proporzionalità che dipende dalla forma e dalle dimensioni del corpo oltre che dalla viscosità del fluido: un esempio è quello della formula di Stokes ($F = 6\pi\eta Rv$) per la resistenza al moto di una sfera di raggio R. Una resistenza proporzionale alla velocità si definisce ***viscosa***.

2. Per viscosità minori e velocità più alte la regola della proporzionalità non vale più e, se dobbiamo fare delle stime approssimative, conviene assumere che la resistenza al moto di un corpo sia proporzionale non alla sua velocità ma al quadrato della velocità: è la tipica resistenza incontrata da un oggetto che si muove in acqua, non per nulla viene denominata resistenza ***idraulica***[12].

Per velocità ancora più elevate anche questo modello decade, la resistenza del mezzo cresce più rapidamente del quadrato della velocità: si chiama, con richiamo al caso dei proiettili, resistenza ***balistica***.

3. Nel caso della resistenza viscosa, proporzionale alla velocità, possiamo ritenere valida la sovrapposizione degli effetti: se la resistenza opposta al moto di un corpo K è $\vec{F}_1$ quando la sua velocità è $\vec{v}_1$ ed è $\vec{F}_2$ quando la sua velocità è $\vec{v}_2$, una velocità $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ incontrerebbe una resistenza $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Quanto meno, per velocità ugualmente dirette: dipendendo infatti la resistenza del mezzo anche dalla geometria del corpo in movimento, quando $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ hanno direzioni diverse sarà in genere diverso anche il coefficiente di proporzionalità tra forza e velocità, cosicché ad esempio la resistenza potrà avere valore diverso nelle due direzioni anche per uguali valori delle velocità (la spinta che un vento laterale esercita su un'automobile è chiaramente diversa da quella esercitata da un vento frontale di uguale velocità).

4. Supponiamo ora che la resistenza si possa ritenere proporzionale al quadrato della velocità, e supponiamo che le differenze di forma abbiano effetti trascurabili. Consideriamo una situazione concreta: un ciclista che sta per mettersi in moto in direzione y (fig. 16) è investito da un vento laterale che spira in direzione x con velocità costante $\vec{v}_0$ di valore 10 km/h esercitando sul ciclista una forza $\vec{F}_0$ equiversa a $\vec{v}_0$ (controversa quindi alla velocità $\vec{v}_x = -\vec{v}_0$ del ciclista rispetto all'aria). Se a un certo punto il ciclista si mette in moto e raggiunge una velocità $\vec{v}_y$ di 20 km/h, subirà ovviamente per questo da parte dell'aria una spinta supplementare controversa alla direzione y di marcia. Se studiamo separatamente gli effetti delle due velocità e poi li sovrapponiamo, otteniamo che parallelamente a x la spinta dell'aria

---

[12] Una più realistica valutazione della resistenza al moto di una sfera si ottiene aggiungendo al termine di Stokes, che tiene conto soltanto delle forze tangenziali di attrito, un termine con cui si tiene conto delle forze normali alla superficie, proporzionale al quadrato della velocità, al quadrato del raggio della sfera in movimento e alla densità del fluido. Per la dipendenza dal quadrato di v, tale termine finisce per prevalere sul primo col crescere della velocità.

resta immutata e che parallelamente a y (velocità doppia) la spinta è quattro volte più grande: complessivamente, otteniamo una forza di valore $\sqrt{F_0 + 4F_0} = F_0\sqrt{5}$. Ma siamo in errore: in particolare, la spinta laterale non resta immutata ma diventa più che doppia! In effetti, la velocità del ciclista rispetto all'aria, inizialmente uguale a 10 km/h parallelamente a x, è adesso uguale a 10 km/h parallelamente a x e a 20 km/h parallelamente a y: complessivamente, $v = \sqrt{v_0^2 + (2v_0)^2} = v_0\sqrt{5}$. Dunque la spinta del vento, proporzionale al quadrato della velocità, dal valore iniziale F_0 è passata al valore $5F_0$. Se allora φ (fig. 17) è l'angolo tra velocità iniziale e velocità finale del ciclista rispetto all'aria, parallelamente a x la forza, inizialmente uguale a F_0, vale ora $5F_0\cos\varphi = 5F_0[v_0/(v_0\sqrt{5})] = F_0\sqrt{5}$, e parallelamente a y vale $5F_0\operatorname{sen}\varphi = 5F_0\,[2v_0/(v_0\sqrt{5})] = 2F_0\sqrt{5}$. E si noti in fig. 18 che la resistenza del mezzo così calcolata risulta parallela, come deve essere, alla velocità $\vec{v}$ del ciclista, a differenza della resistenza più sopra calcolata sovrapponendo gli effetti.

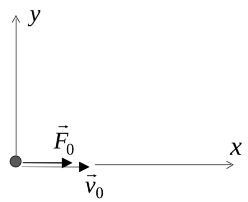

Fig. 16 – *La situazione iniziale.*

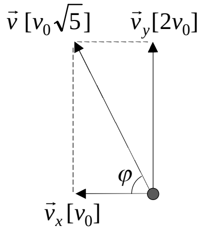

Fig. 17 – *Le velocità del ciclista rispetto all'aria con i relativi moduli.*

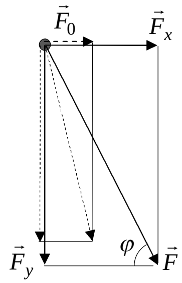

Fig. 18 – *La resistenza $\vec{F}$ con i suoi componenti x e y. A tratteggio le stesse forze calcolate sovrapponendo gli effetti.*

ESERCIZI APPLICATIVI E DI CONTROLLO

1 (*a*) In un tubo di diametro 3 cm l'acqua, che riempie completamente il tubo, fluisce alla velocità di 1 m/s. Determinare la portata in volume e in massa.
(*b*) Quale valore assume la velocità dell'acqua se a un certo punto il diametro della conduttura si restringe a 2 cm?

2 All'interno di un fluido ideale, le forze che una generica porzione di liquido, delimitata da una superficie immaginaria S, riceve dal fluido circostante, sono sicuramente perpendicolari a S in ogni punto di S (*vero*/*falso*).

3 All'interno di un fluido ideale in movimento la pressione varia in generale da punto a punto, ma in ogni punto è del tutto indipendente dalla particolare direzione che si considera (*vero*/*falso*).

4 Si spieghi se esiste una qualche differenza tra l'idea di moto regolare e l'idea di moto stazionario.

5 Il coefficiente di viscosità dell'acqua a 20 °C è $\eta \approx 1$ cP. Qual è il suo valore in unità internazionali?

6 Un tubo di diametro 1,6 cm è completamente pieno d'acqua che scorre alla velocità di circa 50 cm/s. Sapendo che la temperatura dell'acqua si aggira sui 20 °C, e che a tale temperatura il suo coefficiente di viscosità è di circa 1 cP, possiamo aspettarci che il moto sia regolare?

7 Il teorema di Bernoulli vale solo per fluidi ideali (*vero*/*falso*).

8 Un condotto cilindrico orizzontale è pieno di un fluido ideale di peso specifico 1 g/cm^3 che scorre con velocità 2 m/s. Che variazione subisce la pressione lungo l'asse del condotto se a un certo punto il diametro della sezione trasversale si riduce per un fattore 1,4? Si consideri regolare il moto del fluido.

9 Sulla parete laterale di un grande serbatoio contenente acqua viene aperto un foro circolare di diametro 1,8 cm: quanti litri di liquido usciranno inizialmente ad ogni secondo dal rubinetto d'uscita se la differenza di livello tra superficie libera e asse del foro è H = 3 m? Fino a quale altezza verrebbe proiettato il liquido nel caso l'apertura del rubinetto venisse rivolta verso l'alto? Quale sarebbe l'altezza raggiunta dal getto in un ambiente privo d'aria?

10 Esiste una stretta correlazione tra viscosità e tensione superficiale: più un fluido è viscoso, più grande è la sua tensione superficiale (*vero*/*falso*).

11 Nei punti di una sezione trasversale di un canale o di un condotto orizzontale la pressione è praticamente uniforme (*vero*/*falso*).

12 Dovendo innaffiare il giardino, possiamo scegliere tra due tubi di gomma. Sapendo che il tubo A possiede, rispetto al tubo B, lunghezza doppia e diametro doppio, si spieghi quale dei due conviene scegliere se ciò che interessa è erogare una stessa quantità d'acqua nel minor tempo possibile.

13 In un largo canale di sezione rettangolare scorre senza turbolenze acqua a 20°C. A 1 m di distanza dalle pareti la velocità dell'acqua in superficie è 2 m/s. Che cosa si

può dire circa la forza tangenziale di trascinamento esercitata dall'acqua sulle pareti del canale?

14 Nel condotto mostrato in fig. 19 il diametro della sezione trasversale più grande è 6 cm, quello della sezione più piccola è 3 cm. Sapendo che il condotto è pieno di acqua che fluisce con una portata di 1,6 ℓ/s, si determini la differenza di altezza tra le due colonne di mercurio contenute nel tubo a *U* (manometro differenziale).

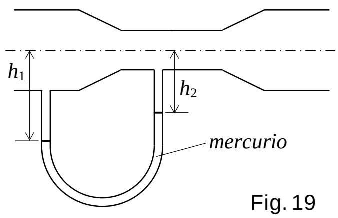

Fig. 19

15 Una fila verticale di fori è stata predisposta lungo tutta la parete laterale di un serbatoio. Supponiamo che il serbatoio contenga liquido fino a un'altezza *H*, e che i fori vengano aperti tutti contemporaneamente: da quale di essi fuoriesce lo zampillo che cadrà sul terreno a maggior distanza dal serbatoio?

16 Sul fondo di un serbatoio cilindrico di raggio 40 cm, contenente acqua fino a un'altezza $H = 2$ m, viene tolto il tappo di chiusura a un foro di raggio 0,9 cm. Si calcoli quanto tempo è necessario perché il livello dell'acqua nel serbatoio scenda di 1 m, e si esprima l'altezza *h* della colonna d'acqua in funzione del tempo.

17 (*a*) Quale sarebbe la risposta al precedente quesito se, prima di sgorgare all'aperto, l'acqua dovesse percorrere (vedi fig. 20) un tubicino orizzontale fissato al serbatoio, dello stesso diametro del foro? Si schematizzi l'acqua come liquido ideale.

(*b*) Se, per un dato livello *h* nel serbatoio, la velocità di uscita dal tubicino ha, nell'ipotesi di viscosità zero, un certo valore, quale livello *h*' dovrebbe esserci per avere la stessa velocità di uscita nonostante la viscosità?

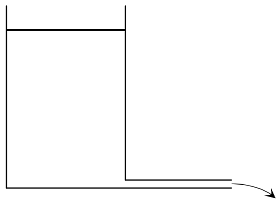
Fig. 20

18 A quale valore si stabilizzerebbe, nel caso valesse la legge di Stokes, la velocità di una pallina d'acciaio lasciata cadere in acqua? E se il liquido fosse glicerina? E se il liquido fosse mercurio? Il coefficiente di viscosità a 20 °C è 1400 cP per la glicerina, 15,5 cP per il mercurio.

19 A quale valore si stabilizza, in base alla legge di Stokes, la velocità di un bolla d'aria che risale verso la superficie in acqua a 20 °C ?

20 Si trovi un'espressione per la distribuzione di velocità nella sezione di un condotto cilindrico orizzontale pieno di un liquido viscoso in moto stazionario.

SOLUZIONI

1 (a) La portata in volume è $q = v_m S = v_m \pi R^2 = (1\ \text{m/s})\ \pi\ (0{,}015\ \text{m})^2 =$
$= 0{,}706 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s} = 0{,}706\ \ell/\text{s}$.
La portata in massa è $q_m = \rho q = (1\ \text{kg}/\ell) \times (0{,}706\ \ell/\text{s}) = 0{,}706\ \text{kg/s}$.
(b) Se la sezione si restringe, per la continuità della portata la velocità deve crescere in proporzione inversa all'area della sezione, e quindi in proporzione inversa al quadrato del diametro: dato che il diametro diminuisce nel rapporto $3:2$, il quadrato del diametro diminuisce nel rapporto $9:4 = 2{,}25$. La velocità diventa quindi 2,25 volte più grande (2,25 m/s).

2 Vero, esattamente come per i fluidi reali in equilibrio: per la mancanza di viscosità, forze di superficie tangenziali (tendenti quindi a modificare la forma senza variazione del volume) non sono possibili.

3 Vero, come si può dimostrare a partire proprio dell'ipotesi di viscosità zero.

4 No, nessuna differenza: il moto è regolare, o anche *laminare*, quando si svolge in modo tale per cui è possibile associare ad ogni punto dello spazio all'interno della massa fluida un vettore velocità ben preciso, diverso in generale da punto a punto ma costante nel tempo: *il campo di velocità non varia al variare del tempo*. Ne consegue che una generica linea di corrente (una linea la cui tangente è diretta in ogni punto come la velocità del fluido in quel dato punto) ha una configurazione costante nel tempo, e rappresenta la traiettoria seguita dalle particelle che si trovano sulla linea.

5 L'unità *centipoise* (cP) è mille volte più piccola dell'unità internazionale di viscosità (il Pa·s). La viscosità dell'acqua a 20 °C è quindi $1\ \text{cP} = 10^{-3}\ \text{Pa·s}$.

6 Dobbiamo calcolare quale valore assume in questo caso il numero di Reynolds $N_R = \rho v D/\eta$. Essendo $\rho = 10^3\ \text{kg/m}^3$, $v = 0{,}50\ \text{m/s}$, $D = 1{,}6 \times 10^{-2}\ \text{m}$, $\eta = 1\ \text{cP} = 10^{-3}\ \text{Pa·s}$, risulta $N_R = 0{,}8 \times 10^4 = 8000$. Tale valore è molto al di sopra dell'intervallo critico 2000-3000, perciò il moto dell'acqua è sicuramente turbolento.

7 Vero, il teorema di Bernoulli si applica a rigore solo a fluidi ideali. La dimostrazione infatti prevede che ad ogni sezione trasversale possa essere attribuito un valore medio di velocità inversamente proporzionale all'area della sezione (incomprimibilità del fluido); e che venga compiuto lavoro esclusivamente dalle forze gravitazionali e dalle forze di pressione (assenza di forze di attrito viscoso). In pratica tuttavia il teorema di Bernoulli si applica spesso, con l'eventuale aggiunta di opportuni termini correttivi, anche ai fluidi reali.

8 Per il teorema di Bernoulli si mantiene costante lungo ogni linea di corrente la somma dell'altezza geometrica y, dell'altezza piezometrica p/γ e dell'altezza cinetica $v^2/2g$. Qui l'altezza geometrica y resta per ipotesi invariata. Riducendo il diametro per un fattore 1,4 diventa $1{,}4^2 = 1{,}96$ volte più piccola l'area della sezione trasversale, perciò deve aumentare di 1,96 volte la velocità. Se quindi denotiamo col pedice 1 la sezione originaria e col pedice 2 la sezione ridotta, per il teorema di Bernoulli possiamo scrivere $(p_1 - p_2)/\gamma = (v_2^2 - v_1^2)/2g = [(1{,}96\ v_1)^2 - v_1^2]/2g = 2{,}84\ v_1^2/2g$. Allora risulta $p_1 - p_2 = 2{,}84\ \gamma v_1^2/2g = 2{,}84 \times (9{,}81 \times 10^3\ \text{N/m}^3) \times$