Dal capitolo2, «Fisica classica e fisica moderna»

... Propongo allora al lettore una meditata rivisitazione del famoso problema 'dei due fulmini'. La scena è un treno che passa mentre imperversa un temporale: il signor K osserva la scena dalla finestra di una casa posta lungo la strada ferrata, il signor K' è invece sul treno, seduto vicino al finestrino, e si gode il panorama. A un tratto (fig. 4) due fulmini si abbattono ai due estremi, A' e B', del vagone in cui siede il signor K': i fulmini lasciano sul terreno una traccia di bruciato rispettivamente nel punto A e nel punto B, e arrestano il funzionamento di due orologi che in precedenza K aveva casualmente disposto lungo il binario proprio in A e in B (a scopo, sembra di capire, di miglior comprensione della relatività) dopo aver verificato che fossero perfettamente sincronizzati. K ha avuto la netta sensazione che i due eventi – la caduta dei due fulmini – siano stati simultanei: e siccome, dopo il passaggio del treno, fa un sopralluogo e accerta che i due orologi sono fermi sulla stessa identica ora, conclude, non a torto, che in effetti i due eventi si sono verificati simultaneamente.

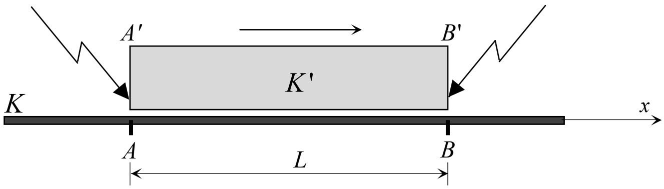

Fig. 4 – *Ciò che si osserva nel riferimento del binario.*

Anche il signor K', naturalmente, si è reso conto, dal bagliore e dal fracasso, della caduta dei fulmini sul vagone: quando però va a controllare che cosa è accaduto ai due orologi che, anche lui a scopo di studio, aveva in precedenza sistemato sul davanti e sul dietro del vagone dopo averne controllato la perfetta sincronizzazione, trova che l'orologio B', che dei due è quello in posizione più avanzata rispetto alla direzione di marcia del treno, si è fermato un po' prima dell'orologio A'.

Di che cosa vi stupite?, direbbe subito Einstein: proprio perché nel riferimento K i due fulmini cadono nello stesso istante e il treno viaggia nella direzione che va da A' a B' (chiamiamola direzione x), in K' la caduta del fulmine in B' non può che precedere la caduta del fulmine in A'. In generale infatti, se t_A e t_B sono gli istanti in cui si verificano due eventi in K, e t'_A e t'_B sono i corrispondenti istanti in K', i relativi intervalli di tempo sono così correlati:

$$[2] \qquad t'_B - t'_A = \frac{(t_B - t_A) - (V/c^2)(x_B - x_A)}{R} \ ,$$

dove V è la velocità del moto relativo tra K e K', $(x_B - x_A)$ è la distanza, in K, dei due eventi nella direzione del moto relativo tra K e K' (nel nostro caso la differenza $x_B - x_A$ coincide con la lunghezza L del vagone in K), ed R sta per $\sqrt{1-(V^2/c^2)}$. Nel nostro caso $t_B - t_A =$ $= 0$ (gli eventi sono simultanei in K), perciò

$$[3] \qquad t'_B - t'_A = -\frac{V}{c^2}\frac{L}{R} < 0,$$

da cui apprendiamo che è $t'_B < t'_A$, cioè che l'evento B precede, in K', l'evento A. Si noti di passaggio che, per la [2], se in un riferimento K due eventi sono simultanei e hanno uguale coordinata x ($x_B - x_A = 0$), i due eventi sono simultanei anche nei riferimenti inerziali che rispetto a K traslano in direzione x; se invece hanno uguale coordinata x ma non sono simultanei, l'intervallo di tempo che li separa nei riferimenti inerziali che traslano in direzione x è *più grande* che in K. Il ticchettio dell'orologio che il signor K tiene al polso, per esempio, appare rallentato al signor K', e naturalmente il ticchettio dell'orologio del signor K' appare rallentato al signor K.

Potevamo ottenere, per il vagone, lo stesso risultato per altra via, facciamolo per esercizio (e per controllo). Dal punto di vista di K' la situazione si presenta in questi altri termini: il vagone è immobile e ha quindi lunghezza L' – la lunghezza 'propria' del vagone – superiore a quella che si misura in K, dove il vagone ha velocità V. Precisamente, è $L' = L/R$ (per esempio, se la lunghezza propria è 10 m e il vagone viaggia a velocità 0,6c (una velocità ragguardevole per un vagone, 180 000 km/s) risulta $R = 0{,}8$ e quindi in K la lunghezza del vagone è $L = 8$ m).

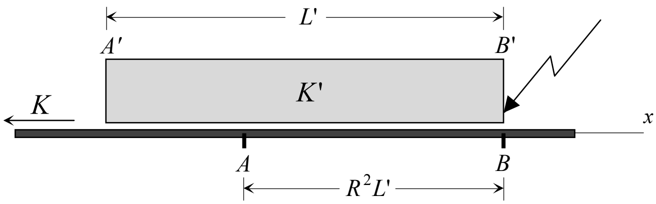

Fig. 5 – *Ciò che si osserva nel riferimento del treno all'istante t'_B.*

Il binario viaggia in K' in direzione $-x'$ (verso sinistra in fig.5) con velocità di valore assoluto V. I due punti A e B del terreno dove K ha posizionato i suoi orologi (e dove i due fulmini si abbatteranno) viaggiano assieme al binario, quindi la loro distanza, che in K è $L = RL'$, in K' è $RL = R^2L'$ (nel nostro esempio numerico, 6,4 m). All'istante t'_B un fulmine si abbatte all'estremità B' del vagone bruciando il terreno nel punto B. Il punto A del terreno dove sta per abbattersi il secondo fulmine si trova in tale istante a distanza R^2L' dall'estremità B' del vagone e a distanza $L' - R^2L'$ dall'estremità A'.

Il secondo fulmine cade quando A (si veda la figura) raggiunge A', quindi con un ritardo

$$\Delta t' = (L' - R^2L') / V = L' (1 - R^2)/V = L' [1-(1-V^2/c^2)] / V = (V/c^2)\, L' = (V/c^2)\, L/R$$

che è proprio il risultato espresso dalla [3].

La 'regola' è dunque questa: se in un riferimento inerziale due eventi si verificano nello stesso istante in punti A e B separati da una distanza L, in un riferimento inerziale che trasla parallelamente alla retta AB con velocità V i due eventi appaiono separati da un intervallo di tempo $(V/c^2)\, L/R$.

Ma c'è ancora qualcosa da chiarire: indubbiamente, anche in K' risulta che i due orologi di K si sono arrestati sulla stessa ora: come si concilia questo col fatto che in K' i due fulmini non sono caduti contemporaneamente? Oppure: anche in K risulta che, in K', gli orologi posti alle due estremità del vagone si sono fermati su un'ora diversa: come si concilia questo col fatto che in K i due fulmini cadono allo stesso istante?

La spiegazione è questa. I due orologi di K sono sincronizzati in K, ma proprio per questo non lo sono in K'. In K' l'orologio B di K è in anticipo sull'orologio A: il fulmine cade prima sull'orologio B che si ferma, poi, col ritardo sopra calcolato, cade su A, e allora si ferma l'orologio A che nel frattempo ha 'raggiunto' l'orologio B: il ritardo tra i due orologi di K in K' è proprio il ritardo tra due eventi che in K si verificano simultaneamente a distanza L, e cioè $\Delta t' = (V/c^2)\ L/R$. Si noti: questo è il ritardo che si misura in K', ma in K' gli orologi di K appaiono rallentati per un fattore R: quindi, dal punto di vista di K', nel momento in cui l'orologio A segna zero, l'orologio B, che anticipa su A, segna non $\Delta t'$ bensì solo $R\Delta t'$.

Reciprocamente, nel giudizio di K i due eventi sono simultanei ma i due orologi di K' non sono sincronizzati (sono infatti sincronizzati in K'). Precisamente, l'orologio A' anticipa sull'orologio B': e siccome la distanza tra i due orologi è, in K' (dove sono sincronizzati), L', in K l'anticipo di A' su B', *misurato nel tempo di K*, è $\Delta t = (V/c^2)\,L'/R$, conformemente alla regola generale che abbiamo trovato più sopra. Tuttavia, in K gli orologi di K' hanno un funzionamento rallentato per un fattore R. Quindi nel giudizio di K lo sfasamento tra l'indicazione dei due orologi di K' è minore di Δt per un fattore R: rispetto alle lancette dell'orologio B', le lancette dell'orologio A' indicano un'ora anticipata solo di $R\Delta t =$ $= R\,(V/c^2)\,L'/R = (V/c^2)\,L' = = (V/c^2)\,L/R$. La caduta simultanea dei due fulmini fissa lo sfasamento a tale valore, che è proprio il ritardo che in K' si assegna al secondo fulmine.